Referencia bibliográfica

Llanos, M. (1975). *Implicación estricta e informativa* [Tesis para optar el grado de Licenciado en Filosofía]. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Facultad de Letras y Ciencias Humanas. Unidad de Pregrado.

REPOSITORIO DIGITAL DE TESIS DE LA BIBLIOTECA DE LETRAS DE LA UNMSM

Título	Implicación estricta e informativa.
Autor	Marino Llanos Villajuan.
Año	1975.
Lugar de publicación	Lima.
Tipo de tesis	Licenciatura.
Palabras clave	Implicación estricta; Lógica; Condicionales; Filosofía analítica.
Referencia en APA 7ma edición	Llanos, M. (1975). *Implicación estricta e informativa* [Tesis para optar el grado de Licenciado en Filosofía]. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Facultad de Letras y Ciencias Humanas. Unidad de Posgrado.

Resumen

La presente tesis de Marino Llanos Villajuan explora el concepto de implicación lógica en el contexto de la lógica moderna, abordando específicamente la implicación estricta e informativa. A través de un análisis exhaustivo de la historia de la lógica, el autor examina cómo los filósofos estoicos y megáricos discutieron ampliamente los condicionales, sentando las bases de la lógica contemporánea. Llanos Villajuan cuestiona la validez de las soluciones tradicionales y modernas, incluyendo el simbolismo empleado en la lógica actual, y analiza las limitaciones de estas teorías al establecer un criterio adecuado de implicación lógica. El corpus de la tesis propone un enfoque crítico hacia el uso y la interpretación de los condicionales en la lógica contemporánea, destacando la necesidad de una fundamentación más sólida en el análisis de la implicación.

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
PROGRAMA ACADEMICO DE FILOSOFIA

IMPLICACION ESTRICTA INFORMATIVA

MONOGRAFIA

PRESENTADA POR:

MARINO LLANOS VILLAJUAN

PARA OPTAR EL TITULO DE
LICENCIADO EN FILOSOFIA

LIMA - PERU

1975

Al Dr. Fco. Miró Quesada C.
amigo y ejemplar maestro

LE 022 FI

INTRODUCCION

"Hasta los cuervos en los tejados discuten de cuál sea el condicional verdadero" se dice que dijo Calímaco ya hacia el siglo III a.C. al observar que ya en aquellos tiempos el problema de los condicionales se había hecho tan popular entre los filósofos megáricos y estoicos. En verdad, pues parece que los estoicos y los megáricos ya lo habían discutido hasta la saciedad este problema, de tal suerte que ello no fue de balde, puesto que sobre los logros de esas discusiones es donde se funda esencialmente toda la lógica contemporánea en cuanto se refiere a las relaciones del condicional e implicación. ¿Pero es que la solución que estos filósofos dieron al problema del condicional e implicación es realmente adecuada como para establecer sobre ella un criterio idóneo de implicación lógica? ¿Cuál es el aporte propio de la lógica moderna a este respecto aparte del simbolismo? ¿La lógica moderna ha aportado algún concepto realmente nuevo de implicación lógica? Estos son los problemas que, aparte de ofrecer algunas de sus propias soluciones, el autor de la presente monografía quizo tratar con la amplitud y la profundidad necesaria. Pero debido a la brevedad del tiempo disponible para llevar a cabo semejante propósito y a la falta de fuentes de información adecuadas, tal proyecto en el presente trabajo no se ha podido concretar en la forma como se había concebido originariamente. Por eso, en esta monografía, hay capítulos donde algunas secciones son incompletas, esto es, faltan algunas páginas, o el desarrollo de los temas es demasiado breve, etc. Pero tales defectos no invalidan a este trabajo, puesto que en lo esencial están tratados todos los problemas que son materia de investigación.

Es preciso, pues, indicar una vez más, que este trabajo sólo constituye una exposición provisional del desarrollo de sus investigaciones que su autor posteriormente tratará de completarla

en otro trabajo,pero para el fin que persigue por el momento e-
llo parece ser suficiente.

I. IMPLICACION

1.1 NOCIONES PRELIMINARES.

El objetivo fundamental de la lógica es establecer con toda claridad y rigor posible bajo qué condiciones una oración se sigue válidamente o no se sigue válidamente a partir de un conjunto de premisas; o lo que es lo mismo, bajo qué condiciones ésta implica o no implica a aquella. ¿Pero será tarea fácil establecer tales condiciones formales para la implicación? Veamos por ejemplo las siguientes fórmulas

(1) $P \rightarrow (P \vee \sim P)$

(2) $(P . \sim P) \rightarrow q$

(3) $(P . q) \rightarrow P . \rightarrow . (P \vee \sim P)$

(4) $(P \rightarrow q) . \sim q . \rightarrow . P$

¿En cuálies de estas fórmulas la conclusión se sigue válidamente de las premisas? Todas ellas son válidas materialmente, pero ¿cuál de ellos es además válida <u>lógicamente</u>? Frente a estos problemas hay un enorme vacío casi en todos los textos de lógica. Pero semejante defecto no se halla sólo en los autores de los textos de lógica, sino también en la enseñanza de la materia que departen algunos profesores carentes de una formación académica adecuada, donde como por un arte de prestidigitación se presentan directamente conceptos, reglas y definiciones fundamentales, eludiendo todo tipo de fundamentación extra-lógica, presentando enseguida ciertos ejemplos que 'justifican', cayendo en un evidente círculo (por ejemplo, 'justificando' la definición de '→' con la ayuda de ciertos ejemplos intuitivos, y a ejemplos contra-intuitivos con la ayuda de la table de verdad). ¿Qué reacción se puede esperar de semejante presentación de la lógica de parte de los estudiantes y de lectores neófitos? La reacción más obvia pues, es la del rechazo global del curso de la lógica, dada la preeminencia del problema de la implicación para todo el resto del curso. Pero los estudiantes tienen toda la razón al rechazar a la lógica si a ésta se la presenta como una disciplina que sirve sólo algo asi como para 'garantizar' la verdad de ciertas oraciones patentemente carentes de todo sentido para el sano sentido común o para garantizar la verdad trivial de ciertas oraciones (cosa que ya sabían antes de estudiar lógica).

Es probable que, esto constituya una de las causas principales de la falta de popularidad de esta disciplina, sobre todo, de parte de los estudiantes de Letras (por tanto, Filosofía) y Ciencias Sociales en nuestro medio. Pero, también es oportuno decir, que la lógica tal como está comcebida hasta el momento, no alberga esperanza alguna de gran envergadura, en cuanto se refiere a su aplicación a la ciencia y al discurso cotidiano, en tanto que no cuenta con aparatos efectivos que sean a la vez idóneos y de gran alcance.

1.2 CONDICIONAL E IMPLICACION MATERIAL

La presente sección versará única y exclusivamente los conceptos de condicional material e implicación material,(y no sobre ningún otro concepto de condicional o implicación).En líneas generales,el orden del discurso es como sigue:en primer lugar,se presentan las definiciones standardde estos conceptos;en segundo lugar,la fundamentación de tales definiciones;en tercer lugar las relaciones entre ambos conceptos;y, finalmente en cuarto lugar,se ofrecen algunas consideraciones breves acerca del alcance y límites de estos conceptos,en cuanto instrumentos conceptuales para el análisis cognoscitivo.

Oraciones condicionales son oraciones cualesquiera de la forma 'Si...entonces...'.Es decir,oraciones compuestas a partir de otras oraciones por medio de las partículas 'si' y 'entonces' (o mediante cualesquiera otras partículas equivalentes a éstas).Pero las oraciones compuestas que poseen esta forma, constituyen una clase ámplia,ya sea porque las oraciones componentes de tales oraciones sean a su vez compuestas,o porque las oraciones componentes simples de tales oraciones están formuladas en modos gramaticales distintos,etc..A la lógica le interesa solamente (cuando menos para el propósito de este trabajo) una subclase de estas oraciones;la clase de las oraciones de la forma 'Si...entonces...' cuyas oraciones componentes sean a su vez compuestas o no,peró cuyas componentes estén formuladas únicamente en el modo indicativo (en cualquiera de los tiempos). Ahora bien,lo que a la lógica concierne con respecto a estas oraciones es determinar sus condiciones de verdad en forma exahustiva,clara y precisa.En otras palabras,lo que interesa a la lógica con respecto a estas oraciones,es responder a la pregunta ¿bajo qué condiciones una oración cualquiera de la forma 'Si ...entonces...'—asi especificada—es verdadera y bajo qué condiciones no lo es?.Pero,no hay una única manera de determinar las condiciones de verdad de las oraciones de tal forma, sino muchas; a la lógica (es decir, a la lógica extensional standar) le interesa solamente una de ellas: el modo material de determinar las condiciones de verdad de las oraciones condicionales. De este modo, la definición del concepto de la oración condicional que concierne a la lógica, es única y exclusivamente desde este punto de vista de sus condiciones de verdad, en tanto oraciones que pueden ser verdaderas bajo ciertas condiciones, falsa bajo otras.

De esta manera, la definición standard del condicional, cuya forma general es 'Si...entonces...', y cuya traducción simbólica de esta forma es $\hat{P} \rightarrow q$ (o $P \supset q$, CPq, como prefieren otros autores), donde P y q, llamados antecedente y consecuente de la oración condicional, respectivamente, puestos en lugar de los puntos suspensivos, son variables que representan a oraciones cualesquiera o son sustituibles por ellas, y $\rightarrow$, llamada conectiva u operador del condicional que traduce las expresiones 'Si' y 'entonces' contextualmente; es la siguiente

Una oración condicional, cuya forma lógica es $P \rightarrow q$, es verdadera bajo tres condiciones, y falsa bajo una, a saber

1. Si el antecedente y el consecuente son ambos verdaderos, la oración condicional es verdadera,
2. Si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, la oración condicional es falsa,
3. Si el antecedente es falso y el consecuente es verdadero, la oración condicional es verdadera,
4. Si el antecedente y el consecuente son ambos falsos, la oración condicional es verdadera.

Otras variantes más breves de esta definición son:

- Un condicional es verdadero bajo una interpretación dada si el antecedente es falso o el consecuente es verdadero, o cuando ocurren ambas cosas a la vez,
- Un condicional es falso cuando y sólo cuando el antecedente es

verdadero y el consecuente es falso, etc..

O en función de otros operadores oracionales

$$p \rightarrow q \equiv \text{def.} \sim(p . \sim q)$$

$$p \rightarrow q \equiv \text{def.} (\sim p \vee q)$$

Pero la definición más moderna es la definición mediante una tabla o matriz, llamada 'tabla de verdad', 'tabla de los valores de verdad', 'tabla semántica', etc., debido a E.Post y a L. Wittgenstein quiênes la dieron a conocer, independientemente el uno del otro en 1921 ([11], p.494):

	p	q	p→q
(i)	V	V	V
(ii)	V	F	F
(iii)	F	V	V
(iv)	F	F	F

(1)

En lo sucesivo, para los fines de fundamentación y discusión del condicional, por razones de comodidad, solamente se hará referencia a esta última definición.

Pero ahora, una pregunta interesante que surge es la siguiente ¿qué de nuevo hay en estas definiciones con respecto a la definición ofrecida por los filósofos megáricos?, pues, esencialmente nada, la única diferencia radica en la última definición, por ser puramente simbólica, todas las definiciones verbales antes presentadas ya fueron formuladas por Filón ([11], pp.121-23), de tal suerte que, hay autores que, a la oración condicional así definida que hoy generalmente se conoce con el nombre de condicional <u>material</u>, llaman condicional <u>filónica</u> (o 'implicación' filónica, impropiamente).

Ahora bien, observando atentamente la definición (1), para obtener una oración condicional verdadera, es condición necesaria y suficiente, tomar dos oraciones cualesquiera arbitrariamente elegidas, y yuxtaponer con la ayuda de las expresiones 'Si' y 'entonces', en un orden determinado, de tal modo que se satisfazga a las líneas (i), (ii) y (iv) de la tabla (1). ¿Es esta una consecuencia lógicamente válida de la definición del concepto de oración condicional arriba formulada, o no?. Ya veremos más adelante si es válida o no. Es decir, conforme a dicha regla, dada un condicional (A→B) cualquiera, para que sea verdadera, no es necesario que entre su antecedente y su consecuente exista alguna relación de atingencia, de la especie que sea. De tal suerte que, A y B sean simplemente yuxtapuestas arbitrariamente, o entre ellas exista alguna conexión real, en cualquiera de estos casos el condicional (A→B) es verdadero, siempre y cuando se satisfaga a las condiciones establecidas por la definición (1). Para mayor claridad, podemos clasificar exahustivamente todos estos casos como sigue:

A) BICONDICIONALES

Sean A y B oraciones cualesquiera. Entonces, tenemos:

(1) (A↔B) es verdadera si, A y B son ambas verdaderas y atingentes el uno con respecto al otro.

(2) (A↔B) es verdadera si, A y B son ambas verdaderas, pero inatingentes recíprocamente.

(3) (A↔B) es verdadera si, A y B son ambas falsas y atingentes el uno con respecto al otro.

(4) (A↔B) es verdadera si, A y B son ambas falsas y recíprocamente inatingentes.

B) CONDICIONALES

Los cuatro casos precedentes (ya que un bicondicional no es mas que un condicional doble) mas las dos siguientes

(5) (A→B) es verdadera si, A es falsa y B es verdadera, y además son atingentes el uno con respecto al otro.

(6) (A→B) es verdadera si, A es falsa y B es verdadera, pero inatingentes recíprocamente.

Asi, por ejemplo, tomando las oraciones '1+1=2' y 'Paris es la capital de Francia', tenemos:

1. Si 1+1=2, entonces Paris es la capital de Francia

2. Si 1+1≠2, entonces Paris es la capital de Francia

3. Si 1+1≠2, entonces Paris no es la capital de Francia

Consultando a la definición (1) tenemos que declarar verdaderas a todas estas oraciones. Pero es muy problable, que una persona civilizada cualquiera quien jamás haya escuchado hablar de 'condicional material' o 'filónica', y por tanto, no entienda lo que significan tales expresiones, si uno le dijera que estas oraciones son verdaderas, respondería que tales oraciones no son verdaderas desde ningún punto de vista sanamente razonable, sino una simple disparatada. Frenta a semejante respuesta no se puede argüir la conocida tesis de la infalibilidad de la intuición, porque aqui se trata de oraciones por demás elementales. Entonces, es aqui, donde surge inevitablemente el complicado e importante problema de la fundamentación de la definición (1). Las cuestiones más importantes que subyacen a este problema, para mayor claridad, pueden enumerarse como sigue:

I. ¿Bajo qué concepto de verdad tiene sentido declarar verdadera a una oración de la forma 'Si P, entonces q', cuando su antecedente y su consecuente no guardan ninguna relación de atingencia en absoluto?

II. ¿Acaso no será una condición necesaria (y suficiente) para que una oración condicional sea verdadera, que cuando menos una relación débil de atingencia de la especie que sea exista entre su antecedente y su consecuente? Suponiendo que se aceptara tal condición, ¿en particular, hay cuando menos un ejemplo que satisfazga a los casos (i), (iii) y (iv) de la definición (1)?

III. Dado que, toda oración verdadera objetivamente es comprobable por alguna vía ¿cuál es el criterio que permite comprobar (verificación, demostración, etc.) la verdad de un condicional <u>cualquiera</u> que corresponda a los casos (i), (iii) y (iv) de la definición (1)?

IV. Como quiera que siempre se ha dado por supuesto, que la re gla establecida por la definición (1) es válida para cualquier oración condicional, ¿porqué proceso epistemológico y metodológico se ha establecido la verdad de dicha regla?

De antemano diremos, que las respuestas a estas preguntas, de parte de los filósofos y lógicos no son del todo concordantes ni satisfactorias. Veamos qué dicen algunos lógicos contemporáneos bastante conocidos en los medios intelectuales.

A) Patrick Suppes ([23], pp. 29-31).

Suppes presenta los siguientes ejemplos en su intento por fundamentar la definición (1):

(1) Si María ama a Juan, entonces Juan ama a María,

(2) Si la poesía es para los jóvenes, entonces 3+8=11,

(3) Si hay aproximadamente cien millones de esposos en los Estados Unidos, entonces hay aproximadamente cien millones de esposas en los Estados Unidos,

(4) Si hay aproximadamente cien millones de esposos en los Estados Unidos, entonces el número de esposos en este país es mayor que el número de esposos en Francia,

(5) Si hay aproximadamente cien millones de esposos en los Estados Unidos, entonces hay aproximadamente una esposa en los Estados Unidos.

Sobre la primera parte de la cuestión I.- Suppes niega enfáticamente la necesidad de relación de atingencia entre el antecedente y el consecuente de las oraciones condicionales. Asi, despues de presentar la oración (2), dice "...muchas personas estarían dispuestas a desechar esa oración como disparatada; alegarían que la verdad del consecuente de ninguna manera <u>depende</u> de la del antecedente y que, en consecuencia, la oración (2) no constituye una implicación válida.* Sin embargo la adhesión del lógico a las conectivas aleticofuncionales no deja de tener sus razones. <u>¿Cómo va a caracterizarse a una noción tan oscura como la dependencia?</u> **

* Obsérvese que Suppes no distingue (cuando menos a esta altura) cláramente entre condicional e implicación.

** Este subrayado me corresponde.

Por tanto Suppes, para ser coherente en su proceder, debería tomar al azar cualquier oración condicional para justificar la definición (1). Pero tal cosa no sucede, pues, Suppes enseguida precisamente se sirve de esta noción "oscura" de dependencia, al presentar ejemplos escogidos para justificar los casos (iii) y (iv); y, aún más, él es consciente de esa elección, porque al observar la falta de conexión intuitiva entre el antecedente y el consecuente de la oración (5), hecho que le imposibilita ser un ejemplo adecuado para justificar el caso (iv), dice "Sin embargo existen buenos motivos para escoger a (3) de preferencia a (5) pues, (3) tiene la propiedad de que su consecuente se sigue de su antecedente."* ¿De lo contrario, porqué escoge deliberadamente al ejemplo (3) de preferencia al (5)? ¿no es precisamente por esa relación de dependencia que existe entre el antecedente y el consecuente de la oración (3) "en vista de ciertos principios generales, aritméticos y conyugales" — como el mismo dice? y, además, ¿porqué tiene que escoger ejemplos para justificar la definición (1)? ¿acaso tal definición no es de una valides general para cualquier oración condicional?.

Sobre la segunda parte de la cuestión II.- Suppes está plenamente convencido de que existen condicionales que realmente satisfacen a los casos (iii) y (iv). Y en su opinión tales condicionales son las oraciones (4) y (3), respectivamente. Es decir, condicionales donde, la verdad del consecuente depende de la falsedad del antecedente. En otras palabras, condicionales donde el consecuente es verdadero, porque el antecedente es falso, y no por otra cosa, o el consecuente es falso, porque el antecedente es falso, y no por otra cosa. ¿Pero esto ocurre con las oraciones (3) y (4)?. Veamos. Consideremos a la oración (4). Si hay una relación de dependencia entre el antecedemte y el consecuente de ese condicional, entonces para saber que el consecuente "el número de esposos en los Estados Unidos es mayor que el número de esposos en Francia" es verdadero, sería suficiente con saber que el ante-

* Este subrayado me corresponde.

cedente "Hay aproximadamente cien millones de esposos en los Estados Unidos" es falso. ¿Pero es suficiente saber ese hecho para concluir que el consecuente es verdadero. Supongamos que una persona X supiera únicamente el número de esposos en los Estados Unidos, y por tanto, que la oración "Hay aproximadamente cien millones de esposos en los Estados Unidos" es falso, pero que no tuviera ni la menor idea ni cuando menos de la magnitud de la población de Francia ¿sobre esa base tendría sentido decir que X sabe que el número de esposos en Francia es menos que el número de esposos en los Estados Unidos? Evidentemente que no, por tanto, el condicional (4) no justifica nada, porque no se puede decir que dicho condicional es verdadero porque todo condicional con antecedente falso o consecuente Verdadero es siempre verdadero, porque eso sería un círculo. Ahora consideremos a la oración (3), que según Suppes es un ejemplo sobre el caso (iv) de la definición (1). Aqui la cuestión es ¿el condicional (3) es verdadero porque su antecedente y su consecuente son ambos falsos? ¿y qué, si ambos fueran verdaderos acaso dejaría de ser verdadero?, es decir, ¿para que la oración (3) sea verdadera es condición necesaria que su antecedente y su consecuente sean ambos falsos?. Pues es evidente que no, ¿y, si ni el antecedente ni el consecuente fueran ni verdaderos ni falsos, como en el siguiente condicional que tiene la misma estructura formal que (3):

> Si hay cien millones de unicornios en un planeta X de Andrómeda, entonces hay cien millones de cuernos de unicornios en el planeta X de Andrómeda.

acaso una oración asi dejaría de ser verdadera? Pues, es obvio que no, por tanto la oración (3) no justifica el caso (iv) de la definición (1), porque una oración de esa forma, como se acaba de mostrar no es verdadera porque su antecedente y su consecuente son ambos falsos, o ambos verdaderos, ni tampoco, cuando son ambos indeterminados; sino en virtud de ciertas relaciones puramente formales que subyace a la regla matrimonial, cuya estructura, perfectamente podría formularse en terminos de la noción precisa de pares ordenados.

Sobre la cuestión IV.- Suppes dice, "Si se admite que (3) y (4) son verdaderos, entonces ha quedado establecido la regla aleticofuncional de las oraciones condicionales con antecedente falso". ¿Pero, cuál es el status gnoseológico de esta regla? Evidentemente no puede ser una regla basada sobre la descripción de relaciones entre hechos; porque si asi fuera, sería una ley establecida inductivamente, entonces no se podría establecer de ese modo, porque, en realidad, la regla (1) enuncia un principio sobre la cual se establecen todas las relaciones de implicación en la lógica y en las matemáticas. ¿Cómo es posible que pueda establecerse un principio de validez no-fáctica sobre casos fácticamente particulares?

B) W.V. O.Quine ([20], pp.48-54)

Sobre la cuestión I.- La respuesta parcial de Quine a esta cuestión es muy clara, porque con respecto a los condicionales de los casos (iii) y (iv), nos dice: "Cuando el antecedente es falso, en cambio, la adopción de un valor veritativo para el condicional se hace bastante arbitraria; pero la elección que resulta más conviniente consiste en considerar verdaderos a todos los condicionales con antecedente falso". Esto quiere decir, para ser más amplícito, que en dichos casos, se considera verdaderos todos los condicionales por convención; de tal modo que, también hubiera sido teóricamente correcto considerarlos como falsos, porque tanto el uno como el otro, son valores veritativos arbitrariamente adoptados. ¿Pero porqué es más conviniente la elección asi asumida? Esto lo veremos más adelante.

Sobre la cuestión II.- Asi pues, la elección de esa manera asumida en el párrafo anterior resulta más conviniente para la lógica, elección en virtud de la cual se consideran tan verdaderos igualmente a condicionales cuyo antecedente y cuyo consecuente no guardan ninguna relación de atingencia en absoluto como a condicionales cuyo antecedente y cuyo consecuente si guardan alguna relación de atingencia, porque en la lógica no existe ninguna regla sobre los condicionales aparte de (1) que pudiera - permitir discriminar condicionales que poseen atingencia de los que no poseen. Pero sin embargo, Quine enseguida, nos dice: "...no es usual en la práctica* formar condicionales con enunciados componentes cuya verdad o falsedad se conocen incondicionalmente", es decir, condicionales cuyo antecedente y cuyo consecuente son totalmente impertinentes el para el otro; y aún más: "sólo tiene interés* afirmar condicionales que siguen de cierto tipo de pertenencia del antecedente para el consecuente, leyes, por ejemplo que ponen en conexión la materia descrita por los enunciados componentes". Pero aqui hay una incoherencia evidente, resulta que la teoría y la práctica son divergentes (¿o es que esta lógica nunca se aplica a la práctica?), lo que es convinìente para uno no es convinìente para el otro, y viceversa. Por tanto, en la práctica habrá que proceder al tanteo, porque la regla (1) no sólo resulta insuficiente, sino inconviniente, porque afirma lo que no tiene interés en la práctica. Pero, pese a esta situación, en cuanto Quine sostiene, que para la práctica sólo tiene interés afirmar condicionales cuyo consecuente es atingente con respecto a su antecedente, él niega que para saber que existe tal conexión entre el antecedente y el consecuente sea necesario recurrir a la significación, porque, dice: "...esta conexión subyace a la aplicación útil del condicional sin que necesite participar de la significación. La conexión subyace al uso útil del condicional sin que necesite participar de la significación incluso en el caso de que la significación del condicional se entienda precisamente como '$\sim(P.\sim q)$'". Pero, si se prescinde de la significación ¿con qué criterio discrimina y elige condicionales útiles por su atingencia? Está claro que, en el caso de los

* El subrayado es mío.

condicionales la conexión o atingencia no presupone necesariamente la significación, porque la conexión podría ser también causal o de otra índole, pero hay condicionales cuya verdad presupone necesariamente la significación, como en la oración (3) de Suppes.

C) E. Mendelson ([15], pp13-14).

Este lógico también es totalmente explícito sobre el caracter convencional de la definición (1), pero tiene la desventaja de que no distingue cláramente el concepto del condicional material del concepto de implicación material, ya que, la justificación de la definición (1) que él ofrece mas bien corresponde a la justificación de la implicación material : "Una justificación de la tabla de verdad para '$\rightarrow$' es el hecho de que "Si A y B, entonces B" tiene que ser verdadero en todos los casos", y "Para todo x, si x es un entero positivo impar, entonces x^2 es un entero positivo impar".

Ahora ya es preciso establecer ciertas consideraciones finales acerca de los fundamentos de la definición (1).

I.- ¿Bajo qué concepto de verdad tiene sentido declarar verdadera a una oración de la forma 'Si P, entonces q' cuando cuyo antecedente y cuyo consecuente no guardan ninguna relación de atingencia en absoluto? Una respuesta precisa a esta cuestión es por demás sorprendente: pues, una oración de la forma 'Si P, entonces q' es verdadera bajo el concepto de verdad de la definición (1), es decir la definición del condicional material que se está discutiendo es ella misma definición de un concepto de verdad, ¿pues, qué dice esta definición?. Asi, por ejemplo, G. Hunter ([9], p.57) define: "(A$\rightarrow$B) es verdadera para I (esto es, para una interpretación que consiste en asignar valores de verdad a A y B) si y sólo si A no es verdadera para I o B es verdadera para I". Otra manera de explicar este concepto es a traves de los términos 'extensional', 'veritativofuncional' ('truth-functional' que algunos traducen por 'aleticofuncional' y otros por 'extensional') y 'material'. Cuándo se dice que una oración en la teoría de la y 'material'. ¿Cuándo se dice que una oración en la teoría de la cuantificación es extensionalmente verdadera? cuando sus predicados son satisfactibles por toda extensión de individuos (es decir, por toda secuencia denumerable de un dominio dado), y la extensión de un predicado (o término) es la clase de los objetos de los cuales es verdadero el predicado. ¿Pero cuando se dice que una oración en la lógica de las oraciones atómicas no analizadas es extensionalmente verdadera? Pues, aqui la cosa cabia, dado que en esta lógica, no hay predicados, a menos que, como Carnap, se convenga en considerar a las oraciones como predicados de grado cero y definir la expresión 'oración extensionalmente verdadera' como una oración que resulta verdadera en tanto que es satisfactible únicamente por los valores de verdad de sus componentes atómicos. Pero asi, una oración extensionalmente verdadera en la lógica de las oraciones no analizadas resulta ser sinónima de oración veritativofuncionalmente verdadera. Y en verdad, pues, esto es asi, porque en la lógica de oraciones no analizadas tal uso se ha hecho hábito, como dice Carnap ([2], p.25) : "la extensión de una oración es su valor de verdad. El término 'extensión' parece natural en el caso de los predicados. Se ha hecho costumbre usar el término 'extensional' para conectivas veritativo-funcionales..." . El término 'material' también tiene el mismo sentido que los dos anteriores, pero con más propiedad sólo en relación a las oraciones atómicas no-analizadas, más adelante ofreceremos una definición precisa de este término cuando tratemos de la implicación. Pero estos términos no aclaran nada sobre el concepto de verdad en cuestión, porque dicen solamente que la verdad de una oración está determinada únicamente por los valores de verdad de sus componentes, y al decir esto de $p \rightarrow q$, pues es únicamente repetir la definición (1). Por tanto, estrictamente hablando, es obvio que, semejante concepto de verdad no concuerda con ningún concepto de verdad según las doctrinas tradicionales sobre este concepto; y de aquí, se deriva una respuesta negativa para la cuestión III: no hay ningún criterio que permita comprobar la verdad de los condicionales de los casos (i), (iii) y (iv) de la definición (1).

II.- ¿Acaso no será una condición necesaria (y suficiente) para que una oración condicional sea verdadera, que exista cuando menos una relación débil de atingencia, de la especie que sea, entre su antecedente y su consecuente? Suponiendo que se aceptara tal condición, ¿en particular, hay cuando menos un ejemplo que satisfazga a los casos (i), (iii) y (iv) de la definición (1)? Por su puesto que es una condición necesaria, que entre el antecedente y el consecuente de una oración condicional exista alguna relación de atingencia, de la especie que sea, para que tenga sentido considerar verdadero a un condicional, de otro modo—como se ha visto en las páginas anteriores—el condicional resulta ser simplemente una yuxtaposición de oraciones ajenas la una a la otra. En cuanto se refiere a la segunda parte de la cuestión, la opinión personal del autor del presente trabajo es como sigue: en rigor, si se acepta tal condición, ejemplos legítimos (condicionales que no sean implicaciones) que correspondan a tales casos no existen; por ejemplo, la oración (3) de Suppes, en sentido estricto no es un condicional únicamente, es una implicación. Pero, no hay cuando menos una implicación que corresponda al caso (iii). Estas hipótesis no serán demostradas en este trabajo.

IV.- Como quiera que siempre se ha dado por supuesto, que la regla establecida por la definición (1) es válida para <u>cualquier</u> oración condicional, ¿porqué proceso epistemológico y metodológico se ha establecido la verdad de dicha regla?. Para esta cuestión no hay ninguna respuesta clara, lo único cierto, es que la definición del condicional material es convencional. Pero dado que la regla (o principio) que ella establece es de cierta utilidad en ciertas areas del conocimiento (matemáticas, teorías formalizadas, etc.), siempre y cuando, se la encuadre dentro de una serie de definiciones auxiliares, parece que la generalidad de su validez fuera una consecuencia de un proceso muy complejo de abstracción inductiva a partir de la observación de una serie de relaciones entre hechos diversos (en el sentido ámplio de 'hecho'). Sobre esto, se dirá algo más, al hablar de diferencias entre el condicional y la implicación, más adelante.

IMPLICACION MATERIAL.

De modo similar, como en el caso del condicional material, aqui, primero trataremos de definir el concepto de implicación material, para luego tratar de fundamentar a esta definición. El concepto de implicación material puede definirse desde dos puntos de vista metodológicamente diferentes, pero extensionalmente equivalentes. Puede definirse desde un punto de vista sintáctico, o desde un punto de vista semántico. Una definición desde el primer punto de vista corresponde a sistemas de derivación, sean estos axiomáticos o no. Por tanto, esta definición se formula en términos de 'derivabilidad', como sigue:

(1) Un conjunto Γ (de axiomas o fórmulas) implica sintácticamente a una fórmula A, (donde A es un teorema) si y sólo si, hay una derivación de A a partir de Γ .

La definición del concepto de implicación material desde el segundo punto de vista es terminológicamente muy variada y rica. Puesto que se puede definir en función de diversos conceptos semánticos, tales como 'interpretación', 'modelo', 'validez', 'verdad lógica', 'tautología', 'inconsistencia', etc.. Es digno de mencionarse todas estas definiciones a fin de contribuir a la claridad de las discusiones subsiguientes.

(2) A implica semánticamente B, si y sólo, si para toda interpretación de (A→B) toda secuencia que satisface A también satisface B.

(3) A implica semánticamente B, si y sólo, si todo modelo de A es

también un modelo de B.

(4) A implica semánticamente B, si y sólo, si el condicional (
(A→B) es una oración materialmente válida,

(5) A implica semánticamente B, si y sólo, si el condicional (A→B) es una oración verdadera lógicamente,

(6) A implica semánticamente B, si y sólo, si el condicional (A→B) es una tautología,

(7) A implica semánticamente B, si y sólo, si es inconsistente la conjunción de A con la neganción de B.

Además, otra alternativa de definir implicación material es a traves de su conversa, el concepto de consecuencia lógica, que aqui por razones de brevedad, sólo mencionaremos para (1), (3) y (7).

(8) A es una consecuencia sintáctica de un conjunto Γ (axiomas o fórmulas), si y sólo, si hay una derivación de A a partir de Γ.

(9) B es una consecuencia semántica de A, si y sólo, si todo modelo de A es también un modelo de B,

(10) B es una consecuencia semántica de A, si y sólo, si es inconsistente la conjunción de A con la negación de B.

Estas definiciones del concepto de implicación material son demasiado vagas, pero son los únicos que abundan en la literatura lógica. Debido a esa vaguedad es que se las puede entender en dos sentidos distintos. En un primer sentido, que llamaremos el sentido débil de la implicación material— sentido que tendrá 'implicación material' en todo lo que sigue hasta la página — todas estas definiciones son totalmente equivalentes tanto en la lógica de oraciones no analizadas como en la teoría de la cuantificación, siendo la única diferencia con respecto a esta última solamente la definición (6), que es válida únicamente para la primera.

Ahora bien, una pregunta interesante que surge aqui como en el caso del condicional es ¿qué de nuevo hay en estas definiciones con respecto a las definiciones formuladas por los filósofos megáricos? pues, en el sentido corriente de la implicación material esencialmente no nada nuevo, ya que el concepto es el mismo, quizá la única diferencia importante sea la distinción moderna entre implicación y condicional en términos de 'interpretación' (pero esta distinción no es de género). Así, por ejemplo, la definición (7) que Quine ([20], p.153) adopta como criterio básico para la construcción de su conocido algoritmo para la decisión de validez de las fórmulas cuantificadas monádicas de primer orden, y su conversa, (10) que Carnap ([2], p.117) emplea como definición del concepto de consecuencia lógica, ya fue formulada en la antigüedad por un filósofo megárico desconocido, que se supone fue Crisipo ([11], pp.121-23).

Antes de pasar a la fundamentación de estas definiciones es necesario explicarlas brevemente. De las dos maneras de formular la definición del concepto de implicación material, la más general y básica es la formulación semántica, porque, para construir un sistema de derivación, previamente hay que determinar la validez, independencia, etc., de todos los axiomas y reglas de inferencia en términos semánticos. De esta manera, sólo nos resta explicar el segundo modo. Pero, a su vez, de todas las definiciones de este segundo modo, la más general es la definición (2), porque todas las demás pueden reducirse a ésta última, ya que todos los conceptos semánticos en que se fundan tales definiciones son definibles en términos de 'interpretación', concepto fundamental que aparece en el <u>definiens</u> de (2). De este modo, un <u>modelo</u> no es mas que una interpretación de una fórmula, para la cual la fórmula en cuestión resulta verdadera; una fórmula <u>válida materialmente</u> no es mas que una fórmula cuyas interpretaciones son todas verdaderas; una oración <u>verdadera lógicamente</u> no es otra cosa que una oración cuyas interpretaciones de su estructura lógica son todas verdaderas; una <u>tautología</u> no es nada mas que una fórmula cuyas interpretaciones son todas verdaderas; y, finalmente, una fórmula <u>inconsistente</u> no es mas que una fórmula cuyas interpretaciones son todas falsas. Por tanto, no nos queda otra cosa que explicar la definición (2), es decir, el <u>definiens</u> de la expresión 'A implica semánticamente B', y esto va consistir a su vez en explicar el significado del concepto 'satisfactibilidad de una fórmula (o esquema, oración (fórmula cerrada), etc.) por una secuencia en una interpretación'. Hay dos maneras de interpretar una fórmula.

Primer Modo.- Sea I una interpretación arbitraria de una fórmula α cualquiera, y D un conjunto contable no-vacío (finito o denumerablemente infinito) de ciertos objetos (conjunto de los números naturales, conjunto de los seres humanos, etc.) como dominio de I (o 'dominio del Universo', 'dominio del Discurso', etc., como otros prefieren). Sea S una secuencia arbitraria contable ('extensión', 'subclase', etc.) cuyos elementos pertenecen a D, esto es, $S \subset D$ .Entonces, la interpretación de α propiamente consiste en lo siguiente:

1. A cada símbolo de predicado n-ario se le sustituye (o, se le asocia, asigna, etc.) una relación n-aria definida entre los elementos de S,
2. A cada símbolo de función n-aria se le sustituye (se le asocia, asigna, etc.) por una operación n-aria con argumentos y valores en S,
3. A cada constante y variable individual se le sustituye (se le asocia, asigna, etc.) por individuos de S,
4. A cada símbolo oracional se le sustituye (se le asocia, asigna, etc.) por uno de los valores veritativos (verdad o falsedad pero no ambos),
5. A las conectivas oracionales se les asigna <u>sus significados usuales veritativofuncionales</u>.

Entonces, α es una fórmula satisfactible por la secuencia S en la interpretación I, si y sólo, si α resulta verdadera para S

Pero con respecto a la interpretación ,una fórmula α arbitraria, podría dar lugar a los siguientes casos:

i) α puede resultar satisfactible por toda secuencia S de cualquier dominio D (es decir, verdadera para toda interpretación),

ii) α puede resultar satisfactible por toda secuencia S, pero sólo de algún dominio específicamente elegido,

iii) α puede resultar satisfactible sólo por una secuencia S de algún dominio,

iv) α no puede resultar satisfactible por ninguna secuencia de ningún dominio.

En el primer caso, se dice, que α es <u>universalmente válida</u>, verdadera lógicamente, etc., En el segundo caso, se dice, que α es D-válida (o mejor, $\bar{\bar{D}}$-válida). En el tercer caso, se dice, que α es <u>contingente</u> (o, satisfactible, simplemente). En el cuarto caso, se dice, que α es <u>inconsistente</u>. Ahora bien, ¿qué se entiende en el caso i) cuando se dice "toda secuencia S de todo dominio D", "verdadera para toda interpretación" ? ¿es acaso posible interpretar una fórmula en <u>todas</u> las secuencias de todos los dominios? Esto es sólo un modo teorético de hablar, pues cuando mas lo que esas expresiones significan es 'toda secuencia de cualquier dominio <u>elegido</u>', 'verdadera para toda interpretación <u>elegida</u>', etc.. Esto corresponde al sentido <u>fuerte</u> de la interpretación. Pero aún mas, la interpretación standard que se hace en la práctica para determinar la validez de una fórmula es la que corresponde al caso ii), el sentido <u>débil</u> de la interpretación (normalmente tomando como dominio el conjunto de los números naturales). Esto es completamente cierto acerca de la teoría de la cuantificación. Asi por ejemplo, si se deseara interpretar una fórmula, tal como 'Hx→Ix' tomando como dominio D el conjunto de los seres humanos, sustituyendo 'H' por 'hombre' e 'I' por 'tiene el corazón en el lado isquierdo', normalmente se toma o se da por supuesto para tal fin un pequeño subconjunto (secuencia S, extensión del predicado): 'todos los alumnos de un salón de clase', [illegible] los hombres'.

'todos los miembros de un club', etc., y no a'todos los hombres'. Mientras que en la lógica de las oraciones atómicas no-analizadas sí ocurre lo contrario, dado que ahí, el dominio es finito, está formado solamente por los dos valores de verdad, $\{V,F\}$, siendo por consiguiente, finitos también toda secuencia formada con los elementos de este dominio (todas las combinaciones posibles de 'V' y 'F', esto es, para ser aún más explícito: las columnas de arreglos de las tablas de verdad).

Segundo Modo.- Consiste simplemente en sustituir sistemáticamente todas las fórmulas atómicas Fx, Gx, etc., P, q, etc., por oraciones concretas.

Por tanto, para entender lo que significa el definiens de la definición (2), basta considerar a la fórmula α como ($A \rightarrow B$).

Pero, ahora conforme a las definiciones (2), (3) y (9), definiciones que son más generales que los demás, ¿qué sucede si no se cumple las definientia correspondientes a las definiciones, es decir, cuando las expresiones 'para toda interpretación de ($A \rightarrow B$) toda secuencia que satisface A también satisface B', etc., son falsas? (para mayor claridad, 'falsas' en el sentido de la lógica antigua, de la falsedad de una oración universal). Pues en el primer sentido de la implicación material, sencillamente, la implicación sigue siendo válida, en virtud de la condición (5) establecida por la definición del concepto de interpretación, esto es, en virtud del significado material de '$\rightarrow$', y sorprendentemente siguen siendo equivalentes a las demás definiciones a pesar de ello. Por tanto llegamos a las mismas consecuencias a que nos condujo la definición del concepto de condicional material, ya que una implicación no es mas que un condicional, siendo la única diferencia, el hecho de que sea verdadero para toda interpretación, pero, en tanto, una expresión verdadera, tiene las mismas propiedades que un condicional verdadero cualquiera. Pero ahora la situación es más complicada, ya que ahora las posibilidades de formar una oración condicional a partir de dos oraciones más simples ha aumentado, porque ahora, aparte de las oraciones contingentes tenemos dos mas: oraciones verdaderas lógicamente y oraciones falsas lógicamente .Y aún mas, ahora la situación se torna más grave todavía si tomamos en cuenta el problema de atingencia en un condicional formado a partir de dos oraciones cualesquiera tomadas de las tres clases de oraciones que acabamos de especificar. Para mayor claridad, como en el caso del condicional, aqui también podemos clasificar exahustivamente todos los casos posibles de la implicación material como sigue.

Sean A y B dos fórmulas cualesquiera (de la lógica de primer orden, para mayor simplicidad). Entonces, por un lado, en virtud de una hipótesis similar para el caso de los condicionales (hipótesis que no será demostrado en este trabajo), desechando toda posibilidad de atingencia entre el antecedente y el consecuente de todas las implicaciones materiales, cuyo antecedente es inconsistente y cuyo consecuente es o una fórmula contingente, o una fórmula válida materialmente; o cuyo antecedente es contingente y cuyo consecuente es una fórmula válida materialmente; y, por otro lado, poniendo de manifiesto, el hacho de que la identidad de estructuras presupone necesariamente la relación de atingencia entre sus miembros, tenemos:

A) EQUIVALENCIAS

(1) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son de la misma estructura y ambas inconsistentes,

(2) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son ambas, fórmulas inconsistentes de estructuras distintas, y recíprocamente inatingentes,

(3) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son ambas, fórmulas inconsistentes de estructuras distintas, y recíprocamente atingentes,

(4) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son de la misma estructura y ambas válidas,

(5) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son ambas, fórmulas válidas, de estructuras distintas, y recíprocamente inatingentes,

(6) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son ambas, fórmulas válidas, de estructuras distintas, y recíprocamente atingentes,

(7) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son de la misma estructura y ambas contingentes,

(8) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son ambas, fórmulas contingentes de estructuras distintas y recíprocamente inatingentes,

(9) $(A \leftrightarrow B)$ es válida, si A y B son ambas, fórmulas contingentes de estructuras distintas, y recíprocamente atingentes,

B) IMPLICACIONES

Las nueve anteriores (ya que las equivalencias no son mas que coimplicaciones) más las cinco siguientes:

(10) $(A \rightarrow B)$ es válida, si A es inconsistente y B es válida,

(11) $(A \rightarrow B)$ es válida, si A es inconsistente y B es contingente,

(12) $(A \rightarrow B)$ es válida, si A es contingente y B es válida,

(13) $(A \rightarrow B)$ es válida, si A y B son ambas, contingentes, de estructuras distintas, no equivalentes, y ambas recíprocamente inatingentes,

(14) $(A \rightarrow B)$ es válida, si A y B son ambas contingentes, de estructuras distintas, no equivalentes, y ambas recíprocamente atingentes.

En el sentido débil de la implicación material, todos estos casos son igualmente válidos. Esto es en sentido corriente que tiene la implicación material, sentido en el cual la validez de la implicación está determinada única y exclusivamente por el sentido veritativofuncional de las conectivas oracionales, en particular, por la conectiva '$\rightarrow$'. Por eso en la lógica extensional basada únicamente en la relación de la implicación material, todos estos casos son hechados en un mismo saco, no haciéndose ninguna distinción entre ellos en absoluto. Por ejemplo para tomar como muestra algunos casos. En el sistema de derivación sean axiomáticos o no, cualquier fórmula que corresponda a los arriba listados, son teoremas. Y, aún más, hay algunos sistemas como el de Gentzen ([8], p.45) que incluso toma la fórmula (A.~A)→B — fórmula que en el presente trabajo se desecha como carente de sentido — como el esquema de una regla de inferencia. Y, no sólo casos como esto, sino incluso hay un metateorema para la lógica de primer orden, que establece, que "cualquier teoría de primer orden tiene un modelo". Y, algo más "si tiene un modelo, tiene un modelo denumerable" (este último se conoce con el nombre de 'Teorema de Löwnheim-Skolem).

Hay otro sentido de la implicación material, la que podríamos llamar el sentido <u>fuerte</u> de la misma, sentido que en los medios intelectuales se conoce con el nombre de 'Implicación <u>Concluyente</u>' . Este es el sentido que subyace a todo uso útil y consciente de la implicación material. El sentido <u>débil</u> considerado en si mismo, no es mas que un medio y no un fin. Pero lo sorprendente es que a pesar de su enorme importancia este segundo sentido no se presenta en forma explícita en la gran mayoría de las obras de lógica. Y, aún más, hay obras, donde incluso ni siquiera se la menciona, reduciéndose de este modo, toda la lógica extensional únicamente a una lógica de implicación material en su sentido <u>débil</u>. Una definición mas o menos satisfactoria de este concepto se halla en C.I.Lewis ([13], pp.235-240), y puede formularse como sigue:

a) A implica B, si y sólo, si

(1) A es verdadera, y

(2) La fórmula (A→B) es válida.

O en forma de consecuencia lógica:

b) B es una consecuencia material de A, si y sólo, si

(1) A es verdadera, y

(2) La fórmula (A→B) es válida.

Una formulación corriente mas o menos equivalente a estas definiciones que en algunas obras aparece es la siguiente:

c) En una inferencia válida, es lógicamente imposible que las premisas sean verdaderas cuando la conclusión es falsa.

De las definiciones del concepto de implicación material, aquellas que aparecen en las páginas 16-17, las que más se adecúan a estas tres que acabamos de presentar son las definiciones (2), (3) y (9), porque en estas definiciones, si no se cumple sus <u>definientia</u> correspondientes, la implicación deja de ser válida, en contraste con el sentido débil de implicación material. Esta situación, en términos corrientes se expresa diciendo: "en una implicación concluyente, siempre que las premisas son vèrdaderas, la conclusión también es verdadera. Pero, si las premisas no son verdaderas, no se sigue que la conclusión tampoco sea verdadera, sino simplemente, que el valor de la conclusión queda indeterminada, pudiendo ser verdadera o falsa, pero en cualesquiera de estos casos, la implicación ya no es concluyente" . Unicamente es en este sentido, en que la definición del concèpto de consecuencia que da A. Tarski ([25], pp. 411-20) resulta satisfactoria, a saber, la definición (9) (en la lista de la p. 17), porque si se interpreta, sin ninguna estipulación adicional, simple y llanamente, como equivalente a la definición de Carnap — la definición (10) — su definición pierde todo su valor, reduciéndose meramente a su sentido débil de consecuencia material, conversa del sentido de la implicación material.

De las catorce especies de implicación material presentadas en las páginas 22-23, desde el punto de vista de la implicación material en su sentido fuerte, los casos válidos de implicación son solamente (4)-(9) y (12)-(14). Es decir, incluso desde este punto de vista, siguen siendo considerados como válidas ciertas fórmulas tales como $q \rightarrow (P \vee \sim P)$, $(Ex)Fx \rightarrow (x)(Gx. \rightarrow . Gx \vee Hx)$, etc., fórmulas que en el presente trabajo se consideran como carentes de sentido, en tanto que no constituyen fórmulas de implicaciones genuinas. Esto significa que, el sentido 'fuerte' de la implicación material no constituye un criterio idóneo de implicación lógica. No es pues, un pretendiente mas a tal título.

A estas alturas, ya es oportuno discutir ciertos problemas concernientes a los fundamentos epistemológicos del concepto de implicación material. Estos problemas son esencialmente los mismos que los del condicional material, en tanto que la implicación material es también un condicional; pero hay otros problemas, en tanto que la implicación material pretende constituirse como un criterio idóneo de implicación lógica, que permite determinar la validez de cualquier inferencia. Por tanto, los problemas comunes con el condicional se transcribirán nuevamente aquí por razones de comodidad, de ellos solamente el IV ha sufrido un cambio considerable.

I.- ¿Bajo qué concepto de verdad tiene sentido declarar verdadera a una oración de la forma 'Si p, entonces q' si su antecedente y su consecuente no guardan ninguna relación de atingencia en absoluto?

II.- ¿Acaso no será una condición necesaria (y suficiente) para que una oración condicional sea verdadera que exista cuando menos una relación de atingencia de alguna especie entre su antecedente y su consecuente? Suponiendo que se aceptara tal condición, ¿en particular, hay cuando menos un ejemplo que satisfaga a los casos (10)-(13) de las especies de implicación material listada en las páginas 22-23?

III.- Dado que, toda oración verdadera objetivamente es comprobable por alguna via, ¿cuál es el criterio que permite comprobar (verificación, demostración, etc.) la verdad de una implicación cualquiera que corresponda a los casos presentados en las pp. 22-23 donde no existe atingencia alguna entre las premisas y la conclusión?

IV.- Puesto que, la determinación de la validez de una fórmula por el método de la interpretación en la práctica siempre se lleble, ¿con qué derecho ,se declara 'universalmente válida', 'verdadera para toda interpretación', etc., a una fórmula? ¿No es este el mismo procedimiento empleado en las ciencias naturales para establecer leyes naturales por inducción?

V.- Suponiendo que semejante procedimiento fuera sufiente para establecer la validez 'universal' de las fórmulas, ¿ en el sentido <u>débil</u> de la interpretación, cómo es posible garantizar la verdad de la conclusión de las inferencias si en dicho procedimiento (y en todas las demás, en aquel sentido, ya que todas las demás se derivan de aquel) el significado de la conectiva '$\rightarrow$' no es otra cosa que el del condicional material?

VI.- ¿El criterio de la implicación material <u>fuerte</u> (o concluyente) es un criterio idóneo de implicación lógica?

Las respuestas de los filósofos y lógicos a estas cuestiones son bastante escasas. La labor de la gran mayoría de ellos no consiste en cuestionar estos problemas, sino en construir sistemas deductivos dando por supuesta la solución, o cuando menos la falta de prioridad de estos problemas. En todo caso, baste decir por el momento que, cuando menos estas apreciaciones son ciertas con respecto a la gran mayoría de los manuales de la lógica moderna, los cuales además, se caracterizan por no abarcar cuestiones teóricas, ni estar pragmáticamente concebidos, a menos que en este último respecto, estén dedicados solamente a las matemáticas.

Por tanto, las posibles respuestas que se intentarán en lo que sigue, o tal vez sería mejor decir, comentarios, debido a las razones aducidas en la introducción al presente trabajo, serán sólo ideas muy generales.

I.- La respuesta a esta pregunta, en líneas generales es la misma que para el caso del condicional material. Pero, en relacion a esta pregunta, conviene precisar un poco más el concepto de implicación material. Se puede hacer tres divisiones importantes dentro de este concepto, divisiones a las que podríamos darles los nombres siguientes: 'implicación material en sentido ámplio' 'implicación material en sentido estricto' e 'implicación material nomológica'. Por brevedad, en lo sucesivo será convinient referirnos a estos conceptos especializados con las expresiones más breves de 'implicaciónmaterial ámplio', 'implicación material estricta' e 'implicación material nomológica'. Formulemos sus definiciones empezando por este último.

Sea 'Si α, entonces β' una inferencia formulada en el lenguaje corriente. Sea (A→B) su traducción a un lenguaje formal. Entonces,

(1) Se dice que una fórmula de la forma (A→B) representa una implicación material <u>nomológica</u>, si y sólo, si se satisface a las siguientes condiciones:

a) (A→B) es una fórmula válida en virtud de las reglas veritativofuncionales y demás reglas concernientes a los símbolos que aparecen en la fórmula; y

b) entre las oraciones α y β existe alguna relación de atingencia.

(2) Se dice que una fórmula de la forma (A→B) representa una implicación material <u>estricta</u>, si y sólo, si se satisface a las siguientes condiciones:

a) (A→B) es una fórmula válida en virtud de las reglas veritativofuncionales y demás reglas concernientes a los símbolos que aparecen en la fórmula; y

b) entre las oraciones α y β no existe ninguna relación de atingencia en absoluto.

(3) Se dice que una fórmula de la forma (A→B) representa una implicación material ámplia, si y sólo, si se toma en cuenta únicamente la primera de las dos condiciones que se exigen en las definiciones anteriores.

De la clasificación exahustiva de los casos de implicación presentada en las pp.22-23, todos los casos corresponden al concepto de implicación material ámplia, los casos (2), (5), (8) y (10)-(12) al concepto de implicación material estricta, y los demás casos al concepto de implicación nomológica. Quizá la adopción de esta última denominación para esas implicaciones resulte algo paradójica y forzada, pero es un hecho que existen inferencias que al mismo tiempo son materiales y nomológicas; por ejemplo, cualquier interpretación trivial de la fórmula $(P.q)\rightarrow P$.

Ahora es fácil ver, porqué se dicen 'verdaderos' a condicionales que corresponden a las implicaciones materiales en sentido estricto: únicamente, cuando se exigen condiciones formales de validez, es decir, cuando satisfacen a la definición (2) presentada hace un momento en la página anterior. Además, asi como en el caso del condicional, de aquí se deriva también una respuesta negativa para la cuestión III.

II.- Respecto a esta cuestión, podría provenir una posible respuesta de la conocida distinción de Quine entre condicional e implicación en términos de <u>uso</u> y <u>mención</u> de expresiones. Quine ([20], pp.77-78) nos dice que en una expresión de la forma 'P implica Q' no usamos a las oraciones P y Q, sino las mencionamos; de moso que en su terminología, si P y Q fueran oraciones concretas, la escritura correcta de la anterior expresión sería ' 'P' implica 'Q' '. Mientras que en una expresión de la forma 'Si P, entonces q', es decir, en condicionales, si usamos las oraciones P y q, y no las mencionamos. Pero, por otra parte, es también bastante conocida en los medios intelectuales el rechazo de Quine de criterios intensionales para definir el concepto de implicación lógica. Pero, entonces, ¿cómo conciliar ambas posiciones de Quine? Normalmente— cuando menos asi parece—cuando se menciona a una oración, se hace para designar la proposición expresada por aquella oración; entonces, si se entiende asi la mención de oraciones, o en otra terminología: su referencia, la [illegible] posición de Quine, resulta incoherente a simple vista. Pero, aquí una sutil distinción hecha por A. Pap ([18], p.294, nota de pie de pag.) en el uso de las oraciones entrecomilladas es por demás oportuna: "El mayor error de la tesis de la extensionalidad (...) es precisamente la confución de oraciones citadas, entendidas como <u>nombres de oraciones</u>, con las cláusulas que, entendidas como <u>nombres de proposiciones</u>. Probablemente lo que ha promovido esta confusión es la costumbre, debida al deseo de comodidad tipográfica, de usar las comillas ambiguamente, a veces para designar la oración citada y a veces para designar la proposición designada por la oración citada. Compárese nada mas " 'todos los hombres son mortales' es una oración declarativa" con " 'todos los hombres son mortales' <u>implica</u> 'hay hombres' " ". Por tanto, una vez hecha esta distinción en la práctica de entrecomillar oraciones para indicar que se le está mencionado y no usándola, a Quine no le queda otra alternativa, que usar la técnica de entrecomillar únicamente para citar a una oración, con el objeto de indicar que aquella, en tanto una entidad linguística, implica a otra citada igualmente como tal. Pero, entonces esta técnica resulta totalmente insatisfactoria, ¿por ese método cómo se puede saber que una oración implica otra, si uno está impedido indagar lo que significan tales oraciones?. Claro está que, Quine frente a este problema siempre ha arguido que para saber si una oración implica otra, es suficiente con saber el valor de verdad de sus componentes. Pero, en este caso, por un lado, resulta supérflua su distinción del condicional e implicación en términos de uso y mención, y por otro lado, con semejante criterio, lo mucho que se puede hacer es una lógica de implicación material, en su sentido ámplio, puesto que si, solamente se exigen valores de verdad a las oraciones, da lo mismo considerar verdadero una implicación material estricta que a una implicación material nomológica.

III.- La respuesta a esta cuestión ya está dada en la de la cuestión I.

IV.- Una respuesta a esta cuestión es por demás complicada y difícil. A simple vista, resulta evidente que, la validación de las fórmulas por el método de la interpretación, es esencialmente el mismo procedimiento que se emplea en las ciencias empíricas para establecer leyes naturales; porque el hecho de que teóricamente en la lógica se trate con conjuntos denumerablemente infinitos frente a la hipótesis de la finitud de las casos reales tratados por la ciencia es irrelevante, ya que lo que importa en ambos casos es el número efectivo de casos tratados. Pero, entonces, se llegaría a la extraña conclusión de que, las leyes de la lógica son solamente leyes probables, como dice A. Pap (op.cit.p.170): "...si usáramos el método de intentar interpretación tras interpretación, entonces todo lo que llegaríamos a poder decir justificadamente sería que "conforme a la evidencia de un número finito de pruebas, es probable que esta inferencia sea válida" ".

V.- La respuesta a esta cuestión se sigue directamente de la definición del concepto de "implicación material estricta" y de la respuesta a la cuestión I.

VI.- La respuesta a esta cuestión es en gran medida negativa por las siguientes razones.

En primer lugar, la condición establecida por el definiens de la definición de la 'implicación material concluyente' es necesaria pero no es suficiente. Es decir, no basta satisfacer solamente esas dos condiciones para garantizar la verdad de la conclusión de una inferencia, asi como I. Copi ([4], p.26) dice: " Estas dos condiciones debe satisfacer una inferencia para establecer la verdad de su conclusión. Ella debe ser válida y todas sus premisas deben ser verdaderas", sino es necesario establecer además (3) un criterio exacto del concepto de verdad con respecto a A y B, es decir, premisa y conclusión de la inferencia, y (4) un criterio formal para establecer la consistencia de la premisa, porque la mera intuición no es suficiente para garantizar la verdad de una oración.

De otro modo, si no se establece condiciones adicionales con respecto a la verdad de las premisas y conclusión, por un lado, como ya se ha visto hacía atras en la p. 25, fórmulas de inferencia tales como

(1) $q \rightarrow (P \vee \sim P)$

(2) $(Ex)Fx \rightarrow (x)(Gx . \rightarrow . Hx \vee Gx)$

(3) $(P \rightarrow P) \rightarrow (P \rightarrow q . P . \rightarrow . q)$

pasarían por ejemplos de inferencias concluyentemente válidas, ya que en las dos primeras la conclusión es lógicamente verdadera y la premisa es capaz de ser interpretada como contingentemente verdadera, y en la tercera, tanto la premisa como la conclusión son verdaderas, y todos ellos constituyen condicionales válidos. Por otro lado, si no se establece condiciones adicionales con respecto a la consistencia de las premisas una fórmula como

(4) $[\sim q . (\sim q \rightarrow P) . (\sim P \rightarrow q)] \rightarrow (P . r)$

pasaría por ser concluyentemente válida, porque por mera intuición no se podría detectar fácilmente la inconsistencia de su premisa.

En segundo lugar, hasta donde sabe el autor de la presente monografía, actualmente no se dispone de un aparato formal deductivo para el criterio de implicación material concluyente sobre estas bases, mucho menos con un procedimiento decisorio, ni cuando menos para el nivel de la lógica de las oraciones no analizadas. En el tercer capítulo de este trabajo, el autor de esta monografía ofrece un algoritmo pragmáticamente concebido sobre estas bases para las fórmulas de la teoría de la cuantificación monádica de primer orden y para la lógica oracional.

En tercer lugar, la condición fundamental establecida por la definición del concepto de implicación material fuerte o concluyente, no parece ser del todo sólida. Esto obedece a la pregunta ¿es una verdad efectiva la oración: 'En una inferencia válida, si las premisas son verdaderas, es lógicamente imposible que la conclusión sea falsa'? Es decir, ¿no hay cuando menos un contraejemplo para este enunciado?. Esta cuestión pues, constituye algo asi como el 'talón de Aquiles' de todos los criterios extensionales de implicación en cualesquiera de sus sentidos, al parecer, ya existen varios contraejemplos, uno de ellos, se debe a D.L.C. Maclachlan ([14], p.59):

"Si Tomás es soltero, Tomás es soltero y ningún soltero es casado. Si Tomás es soltero y ningún soltero es casado, entonces ningún soltero es casado. En consecuencia, si Tomás es soltero, ningún soltero es casado"

Este es un caso de transitividad:

$$\{St \rightarrow [St.(x)(St \rightarrow Cx)].[St.(x)(Sx \rightarrow Cx)] \rightarrow (x)(St \rightarrow Cx)\}. \rightarrow. \rightarrow. [St \rightarrow (x)(Sx \rightarrow Cx)]$$

En esta inferencia las premisas, pues, son verdaderas, y la conclusión es obviamente falsa, y sin embargo la inferencia es materialmente válida. De acuerdo con P. Suppes (op.cit.p.49) en este caso "Si una regla de inferencia propuesta permite la deducción de una conclusión falsa, a partir de premisas verdaderas, debe rechazarse".

Antes de terminar con cuestiones concernientes al condicional e implicación, es necesario establecer entre ambos conceptos algunas diferencias y propiedades comunes.

1.3. IMPLICACION FORMAL

La expresión 'Implicación Formal' en la historia de la lógica ya es una expresión comprometida. Porque, conforme a Whitehead y Russell, lo que esta expresión denota, realmente no es ni 'implicación' ni 'formal'. Estos autores denominaron 'Implicación Formal' simplemente a la fórmula condicional universalmente cuantificada $(x)(\phi x \rightarrow \psi x)$, para distinguir la implicación de ψx por ϕx de la 'implicación' <u>material</u> de q por p en $p \rightarrow q$. Pero, es un hecho sabido que una fórmula universal tal como $(x)(\phi x \rightarrow \psi x)$ es válido únicamente en virtud de la validez material de su operando, de aqui que, una implicación formal asi entendida no es mas que "...una implicación material universal —$(x)(\phi x \rightarrow \psi x)$ significa 'Es siempre el caso que ϕx implica materialmente ψx' " como dice A.N. Prior ([19], pp.80,197); o como S. Sttebing ([24], p.189), una 'implicación material generalizada', debido a que de una fórmula $(\hat{x})(\phi x \rightarrow \psi x)$ se puede desprender por especificación condicionales simples $\phi a \rightarrow \psi a$, $\phi b \rightarrow \psi b$, $\phi c \rightarrow \psi c$, etc.. Pero con todo, la denominación correcta, en base al sentido preciso que se ha dado a los conceptos de 'condicional material' o 'implicación material' en la sección anterior, sería 'condicional material universal'.

1.4. IMPLICACION ESTRICTA

Frente al fracaso de la implicación material como un criterio sólido de implicación lógica, han surgido intentos por formular criterios que sean del todo idóneos, tal que no conduzcan a consecuencias pragmáticamente desagradables, tales como $P\rightarrow(q\rightarrow P)$, $\sim(P\rightarrow q)\rightarrow(P\rightarrow\sim q)$, $(P.\sim P)\rightarrow q$, etc.. Estas fórmulas en la literatura lógica reciben la denominación general de 'paradojas de la implicación material', las cuales serán uno de los motivos de discusión en el capítulo siguiente.

Uno de tales intentos por superar las deficiencias de la implicación material recibe el nombre de Implicación Estricta Este concepto, se debe a C.I.Lewis, quien por vez primera la formuló en 1932, en Symbolic Logic, obra elaborada conjuntamente con H. Langford. Pero desafortunadamente, este intento no ha tenido éxito, puesto que ha llegado a otras consecuencias tan desagradables como las que se propuso superar; de tal modo que, ni cuando menos el concepto mismo de esta nueva relación de implicación es lo suficientemente claro. En lo que sigue, en base a las razones aducidas en la introducción al presente trabajo, solamente se presentará algunos lineamientos generales de este nuevo concepto de implicación.

Lewis define a este concepto como sigue ([13], pp.122-3-4): "...tenemos el propósito más ámplio de desarrollar un cálculo basado sobre un significado de 'implica' tal que "P implica q" sea sinónimo con "q es deducible de P"......en el sistema que aquí ha de ser desarrollado necesita un nombre. LLamaremos a su relación de implicación "implicación estricta".....La relación de implicación estricta puede ser definido en términos de negación, posibilidad y producto:

$$P \prec q .=. \sim L(P.\sim q) \qquad (1)$$

De este modo, "P implica q", o "P implica estrictamente q" significa "es falso que sea posible que P sea verdadera y q falso o "El enunciado 'P es verdadero y q falso' no es autoconsistente". Cuando q es deducible de P, decir que "P es verdadero y q es falso" es afirmar implícitamente una contradicción ". Pero la terminología de esta definición ya es bastante anterior a la implicación estricta de Lewis, comparece por ejemplo con la definición del concepto de implicación de Russell ([27], p.166): cuando una proposición q se sigue a partir de una proposición P, de modo que, si P es verdadera q también es verdadera, decimos que P implica q". Como podrá observarse fácilmente, la única diferencia notable en la definición de Lewis es su introducción del concepto modal de 'posibilidad', el concepto de implicación siendo el mismo, y considerando por sus consecuencias globalmente a todo su sistema, mas que el desarrollo de un nuevo concepto de implicación, es mas bien el desarrollo de una nueva técnica basada sobre los mismos fundamentos veritativo-funcionales con una adición de conceptos modales de 'posibilidad', 'necesidad', etc. —como podrá verse enseguida— conceptos, estos últimos que, juzgando por sus ventajas teóricas y prácticas han dado resultados bastante negativos. Ahora bien,

Ahora bien, ¿cuándo se dice que una fórmula es válida en el sistema de Lewis, es decir, fórmulas de las formas $L\alpha$, $M\alpha$ $\sim L\alpha$, etc.?: cuando el operando α de los operadores modales 'L', 'M' respectivos resulta veritativofuncionalmente válida, esto es, hablando al nivel de la lógica oracional, cuando es tautológica. Entonces, cabe preguntarse ¿y qué función desempeñan los operadores modales? Pues al parecer, de simples rótulos que sirven para indicar cuando lo que una oración asevera es 'necesariamente verdadera', es 'imposible', 'posible', etc., y nada mas. Por tanto el <u>definiens</u> $\sim L(P.\sim q)$ de $(P \mathrel{-\!\!3} q)$ en (1) no significará otra cosa que "la fórmula (P. q) veritativofuncionalmente autocontradictoria es imposible", dado que el <u>definiendum</u> 'P--q' se lee 'P implica estrictamente q'. Para mayor claridad ilus-

[illegible] ejemplo, [illegible]

[illegible] -- q:

tremos esto con un ejemplo, definamos la implicación estricta $(P.q) \prec q$:

$$(P.q) \prec q. =. \sim L[(P.q). \sim q]$$

Este hecho es lo que a muchos autore ha inducido llamar a la implicación de Lewis como 'implicación material necesaria', G. H. Von Wright ([27], p.170), o <u>implicación material tautológica</u>, J.E. Wiredu ([26], p.259). Sin embargo, Lewis presenta la siguiente tabla de verdad:

P	q	$P \rightarrow q$	$P \prec q$
V	V	V	indeterminado
V	F	F	F
F	V	V	indeterminado
F	F	V	indeterminado

Pero esta tabla no guarda coherencia con el criterio de validez del mismo Lewis para la relación de implicación estricta. ¿por ejemplo habrá diferencia en la cifra tabular de las fórmulas $(Pv\sim P) \rightarrow \sim(P.\sim P)$ y $(Pv\sim P) \prec \sim(P.\sim P)$?, pues no, sus tablas son idénticas, porque según Lewis, si en una fórmula de la forma $(A \rightarrow B)$ materialmente válida se sustituye al '$\rightarrow$'. principal por '$\prec$' la fórmula sigue siendo válida en el sistema de implicación estricta, solamente deja de valer cuando la '$\rightarrow$' sustituida por '$\prec$' no es la conectiva principal. No obstante es preciso señalar, que en el caso de una equivalencia material válida, no siempre cuando '$\rightarrow$' se sustituye en sus miembros por '$\prec$' la fórmula resultante sigue siendo válida, como en el siguiente ejemplo

$$[(P \rightarrow r)v(q \rightarrow r)] \leftrightarrow [(P.q) \rightarrow r]$$

es válida, mientras que

$$[(P \prec r)v(q \prec r)] \rightarrow [(P.q) \prec r]$$

es también válida, su conversa no lo es.

Estos ejemplos, pues muestran las relaciones que hay entre la implicación material y la implicación estricta. Pero si esto es asi, las fórmulas 'paradójicas' presentadas al comienzo de esta sección también serán igualmente válidas en el sistema de implicación estricta cuando se les sustituya su conectiva '$\rightarrow$' principal por '$\prec$', esto es, las fórmulas

$$p \prec (q \rightarrow p)$$

$$\sim(p \rightarrow q) \prec (p \rightarrow \sim q)$$

$$(p \cdot \sim p) \prec q$$

etc.

son estrictamente válidas. Por tanto, esto demuestra que el concepto de implicación estricta de Lewis ha heredado los mismos defectos del concepto de la implicación material, y sus ventajas teóricas y prácticas—si es que las hay—son muy insignificantes.

Esta versión modal del concepto de implicación estricta pues es la más conocida y prevaleciente en los medios intelectuales filosóficos. Sin embargo, hay otro concepto—o mas propiamente, técnica— no-modal de implicación estricta, que tiene considerables ventajas prácticas sobre el primero. Esta segunda versión corresponde a D. Hilbert y W. Ackerman ([8], pp. 48-51). Estos autores presentan un sistema de quince axiomas con cuatro reglas de deducción en términos puramente de implicación material, que tienen el mérito de descartar como teoremas a todas las fórmulas 'paradójicas' de las formas

(1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

(2) $\sim A \rightarrow (A \rightarrow B)$

(3) $A \rightarrow (B \vee \sim B)$

(4) $(A \cdot \sim A) \rightarrow B$

1.5 'ENTAILMENT'

Hay otro concepto de implicación que es mucho más fuerte que los dos anteriores, un concepto que en el idioma Inglés se nombra con la expresión 'entailment', la cual todavía no tiene una traducción adecuada al español. Este concepto es cronológicamente anterior al concepto de implicación estricta de Lewis, y se debe a G.E.Moore, qien por vez primera emplea en "External and Internal Relations" ([17], pp.291, 295, 301) en 1920, para referirse a la implicación en un sentido fuerte en oposición a la implicación material empleada por Russell y Whitehead en los Principia Mathematica . Moore nos dice qué entiende por 'entailment' como sigue: "Necesitamos en primer lugar, algún término para expresar la conversa de aquella relación que afirmamos que vale entre una proposición particular q y una proposición particular p cuando afirmamos que q se sigue o es deducible de p. Usemos el término 'entails' para expresar la conversa de esta relación". Es decir, lo que 'entails' expresa no es otra cosa que la conversa del concepto de consecuencia lógica, ¿pero cuál es la conversa de 'B es consecuencia lógica de A?, pues es simplemente 'A implica B'. Y asi, nos hallamos en la misma situación que con respecto al caso de la implicación estricta. Pues, ocurre nuevamente que la terminología que se emplea en el caso del 'entailment' es la misma que se emplea en el caso de los dos conceptos de implicación ya tratados. Hablando estríctamente, la verdad con respecto a este hecho es el siguiente: los conceptos de 'implicación material', 'implicación estricta' y 'entailment' denotan un mismo concepto, pero en distintos grados de rigor. Este rigor consiste en exigir distintos grados de atingencia entre el antecedente y el consecuente de la implicación, rigor, que digamos partiendo del grado cero, que correspondería al concepto de implicación material estricta— conforme se ha definido en la sec.1.2 , p.28— llega hasta el grado máximo de atingencia con el 'entailment' que exige una conexión rigurosa entre el antecedênte y el cônsecuente. Este hecho muestra tambien, la relación que existe entre estos tres conceptos de implicación: una implicación válida en el 'entailment' es también válida en la implicación estricta, y a su vez, una implicación válida en la implicación estricta es válida en la implicación material, pero la relación inversa no siempre es cierta.

Ahora bien, ¿qué ventajas teóricas y prácticas ofrece el nuevo concepto?, desde el punto de vista teórico tiene considerables ventajas como un instrumento de análisis conceptual, pero esta ventaja queda debilitada frente a la enorme dificultad que ofrece este concepto al tratamiento formal. Esto sucede porque el 'entailment' asi como también el concepto de implicación estricta, son cônceptos de implicación intensional en oposición al criterio extensional de implicación material y las posibilidades del tratamiento formal que ofrece un concepto intensional está en razón inversa al rigor de atingencia que exige entre el antecedente y el consecuente de la implicación. De este modo, tratamientos formales y definiciones más precisas de este concepto son muy escasos. Indicaremos brevemente sólo dos intentos por precisar y formalizar este concepto en lo que sigue.

Uno de los análisis y esfuerzos por definir el concepto de 'entailment' en forma rigurosa se debe a G.H. von Wright ([27], pp.181-2), quien intenta definir este concepto en función de la noción de 'demostrabilidad':

" P implica [en el sentido de 'entails'] q, si y sólo, si $p \rightarrow q$ es demostrable independientemente de la dêmostración de la falsedad de P o la verdad de q".*

Y usando los símbolos 'M' y 'D' para significar 'posible' y 'de-

* Aqui '$\rightarrow$' no tiene su sentido usual de implicación material.

mostrado', respectivamente:

" 'P implica en el sentido de 'entails' q' == def.

' $M[D(P--q).\sim D\sim P.\sim Dq]$' ".

Una posible consecuencia filosófica de este intento es la de poder construir un concepto de implicación puro, totalmente independiente del concepto de verdad, basándose única y exclusivamente en ciertas relaciones abstractas entre la significación de expresiones de alto nivel de abstracción.

Otro de los logros sobre esta versión de implicación es un sistema axiomatico para el'entailment', llamado "Cálculo puro de'entailment'" por sus autores; ellos son A.R.Anderson y N. D. Belnap ([10], pp. 298-301). Este sistema tiene las mismas ventajas que el sistema de implicación estricta de D.Hilbert y W. Ackermann, indicado al final de la sección anterior, en cuanto destierra a las fórmulas 'paradójicas' de la clase de los teoremas. Pero en tanto que este último, a diferencia del anterior, está desarrollado en un contexto terminologico más ámplio, participando a la vez de los recursos modales como también de los recursos veritativofuncionales, le lleva una considerable ventaja al anterior, ya que en este último también se pueden eliminar a las fórmulas paradójicas de la implicación estricta, tanto en su forma simple como en su forma estricta:

(1) $(P.\sim P) \rightarrow\!\!\!\!\!\exists\ q$

(2) $LP \rightarrow (q \rightarrow\!\!\!\!\!\exists\ P)$

(3) $\sim MP \rightarrow (P \rightarrow\!\!\!\!\!\exists\ q)$

(4) $q \rightarrow\!\!\!\!\!\exists\ (P \vee \sim P)$

(5) $\sim MP \rightarrow\!\!\!\!\!\exists\ (P \rightarrow\!\!\!\!\!\exists\ q)$

(6) $LP \rightarrow\!\!\!\!\!\exists\ (q \rightarrow\!\!\!\!\!\exists\ P)$

No obstante, es importante señalar una cierta desventaja de este sistema, que se deriva del hecho de que, no considera como teorema a la fórmula familiar $(P \vee \sim q).q. \rightarrow .P$, es decir, el Silogismo Disyuntivo, cuya validez nunca se había puesto en duda, al que los autores de este sistema consideran como una fuente de paradojas.

II. VAGUEDAD E INCOHERENCIA

2.1 NOCIONES PRELIMINARES

En el capítulo anterior se han indicado algunas de las consecuencias pragmáticamente absurdas—aunque formalmente correctas—del concepto de implicación prevaleciente actualmente en la lógica, tanto en la versión 'material' como en la versión 'estricta'. Esas consecuencias que fueron indicadas de paso son las llamadas 'paradojas de implicación', expresión que, según G. H. von Wright (op.cit. p.170) fue acuñada por W.E.Johnson. Pero hay tambien otras consecuencias aún más graves, que resultan ser de mayor interés tanto desde el punto de vista teórico como desde el punto de vista práctico, ya que son casos donde se puede observar palmariamente la inadecuación material del concepto de implicación material cuando se la usa irrestríctamente en los sistemas deductivos corrientes que prevalecen en la actualidad. Esta segunda consecuencia consiste en la incoherencia semántica de que adolescen las equivalencias lógicas, a causa de las reglas imprecisas a que están sujetas. Un tercer problema, que será materia de un breve comentario al final de este capítulo, está constituido por el hecho de que actualmente no se dispone de algoritmos para el concepto de implicación estricta en ninguna de sus versiones. Todos estos problemas en el presente trabajo no serán tratados con la debida amplitud y profundidad por las razones aducidas en la introducción a esta monografía, sino sólo de una manera incompleta, aunque respecto a las paradojas, quizá todo lo que se diga sea suficiente.

2.2 PARADOJAS DE LA IMPLICACION MATERIAL

Las fórmulas mayormente conocidas como 'paradojas de la implicación material' son las siguientes:

(1) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

(2) $\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$

(3) $p \rightarrow (q \vee \sim q)$

(4) $(p \cdot \sim p) \rightarrow q$

Analicemos las siguientes interpretaciones que se han dado a estas fórmulas:

(1.1) Si una oración es verdadera, es implicada por cualquier oración,

(1.2) Si una oración es verdadera, es implicada <u>materialmente</u> por cualquier oración,

(2.1) Si una oración es falsa, implica a cualquier oración,

(2.2) Si una oración es falsa, implica <u>materialmente</u> cualquier oración,

(3.1) Una oración verdadera es implicada por cualquier oración,

(3.2) Una oración verdadera es <u>materialmente</u> implicada por cualquier oración,

(4.1) Una oración falsa implica a cualquier oración,

(4.2) Una oración falsa implica <u>materialmente</u> a cualquier oración.

De estas interpretaciones, en el orden en que aparecen, un par corresponde a cada una de las fórmulas en el orden en que están presentadas arriba. Ahora léase cada una de estas interpretaciones y luego compárese por pares, se notará que no significan lo mismo. Si una persona no detecta la diferencia que hay en estas pares de interpretaciones, e interpreta las fórmulas que aparecen arriba únicamente a traves del primer miembro de esos pares ((1.1), (2.1), etc.) con el significado corriente de 'implica' (como 'entailment', 'conexión necesaria', etc.) en la mente, llegará a la extraña conclusión de que, "cualquier oración verdadera—sólo por el hecho de ser verdadera—es implicada por cualquier oración" y "cualquier oración falsa—sólo por el hecho de ser falsa—implica a cualquier oración". Por otro lado, si tal persona tampoco sabe la diferencia de significación que hay entre los términos 'paradoja', 'falsedad', etc., probablemente concluirá que estas implicaciones en 'realidad' son 'paradójicas'. Pero muchas veces, no es necesario todavía que una persona vaya a traves del primer miembro de esos pares de interpretaciones para llegar a semejante conclusión, basta con que no tenga en mente el significado preciso de 'materialmente' en el momento de leer esas fórmulas a traves del segundo miembro de esas interpretaciones. Entonces, se sigue de aquí, que tales fórmulas no son paradójicas en ningún sentido propio que tiene el término 'paradoja', porque una paradoja es una contradicción de un tipo especial que se presenta en un razonamiento en forma inesperada pese a que se tiene en mente las significaciones precisas de todas las expresiones que se emplea; y, en el presente caso, la aparente paradojicidad de esas fórmulas, se presenta sólo porque, al emplear 'implica' en el momento de interpretarlas, uno se olvida de que, 'implica' ahi significa "implica en virtud de la definicion veritativofuncional de la conectiva '$\rightarrow$'; y de esta manera, se desvanece su aparente paradojicidad.

Lo que aqui importa discutir es, en qué sentido las fórmulas (1) y (2) arriba presentadas—si bien es cierto que no constituyen propiamente paradojas— son útiles, inútiles, o representan algún peligro para los fines de la aplicación de la lógica extensional a la demostración de la validez de las inferencias. La opinión general de los lógicos de los lógicos respecto a este problema es, que ellas no son útiles, pero discrepan en cuanto si son simplemente innocuas o representan algún peligro para los fines prácticos de la demostración. Veamos sobre la inutilidad de las fórmulas (1) y (2) una argumentación presentada por W.E.Johnson ([27].p.170):

Respecto a la fórmula $\sim P \rightarrow (P \rightarrow q)$, (1)

"A partir de la negación de P podemos inferir válidamente que P implica materialmente q. Y de la afirmación de P en combinación con la implicación material de q por P podemos inferir válidamente q. Pero si la implicación material de q por p ha sido inferida a partir de la negación de P, entonces no podemos usar esta implicación material para hacer inferencias en conjunción con la afirmación de P sin cometer una contradicción. De este modo, la negación de P no puede ser válidamente usada para inferir una proposición arbitraria a partir de p"

Respecto a la fórmula $q \rightarrow (p \rightarrow q)$ (2)

" A partir de la afirmación de q nuevamente, también podemos inferir válidamente que P implica materialmente q. Pero si la implicación material de q por P ha sido inferida a partir de la afirmación de q, entonces no podemos usar esta implicación material en conjunción con la afirmación de P para inferir q sin circularidad. De este modo, la afirmación de q no puede ser legítimamente usada para inferir q a partir de cualquier proposición arbitraria."

Y concluye Johnson:

"La solución de las paradojas se halla por tanto, en la consideración de que, aunque podemos inferir correctamente un condicional a partir de la negación de su antecedente, o a partir de la afirmación de su implicante, sin embargo, el condicional asi conseguido no se puede usar para los propósitos de otra inferencia sin cometer la falacia lógica de contradicción o circularidad".

Pero estos análisis acerca de la inutilidad de las fórmulas (1) y (2) son incorrectos, por las siguientes razones:

Respecto a la fórmula (1) (de esta página):

1. Lo que se trata de probar no es que q se desprenda lógicamente de alguna premisa como pretende Johnson, sino que el condicional $(P \rightarrow q)$ es implicado materialmente por $\sim P$. De este modo, la primera cláusula de su argumento es correcta, pero no la segunda, porque q indivualmente no se infiere válidamente de ninguna premisa, y por tanto, el uso de la expresión 'inferir válidamente' en la segunda cláusula es impropia.
2. Todo lo demás también está errado, el error de este análisis está en considerar el problema sólo desde afuera, verbalmente. ¿porqué no analiza demostrando formalmente este esquema? Así se verá que en (1) no hay implicación material de q, a menos que (1) se transforme a otra fórmula equivalente, pero en este caso, ya no se trataría de la misma fórmula.

Respecto a la fórmula (2) (de la pág. anterior inmediata):
1. Igualmente, también aqui el error fundamental es creer que lo que se deduce es q. Todos los demás errores son similares a los del caso anterior.

El error fundamental que subyace a estos análisis inadecuados, es haberse basado para ello en la interpretación corriente de las fórmulas dadas en la p. 46; pues esas interpretaciones son totalmente incorrectas (en cualesquiera de sus pares de interpretaciones). El clave está en entender correctamente lo que significa "implica materialmente". Por ejemplo en la fórmula (1), $\sim P$ implica materialmente $(P \rightarrow q)$, pero P no implica materialmente q en este último, porque el condicional $(P \rightarrow q)$ no es una tautología, es un simple condicional (¿de otro modo en qué se diferencia 'implicación material' del 'condicional'?). Solo esto por brevedad. Pero sea cual fuere la interpretación correcta de esas fórmulas, eso poco importa, lo que importa aqui es, analizar si esas fórmulas sirven para probar inferencias, o si las inferencias por ellas expresadas tienen algún sentido.

Veamos sus derivaciones correspondientes:

(1) De $\sim P \rightarrow (P \rightarrow q)$

(1)	$\sim P$		$P / \therefore (P \rightarrow q)$
(2)	P		P
(3)	$\sim P v q$	1, T	
(4)	q	2, 3, T	
(5)	$P \rightarrow q$	2, 4, PC.	

(2) De $P \rightarrow (q \rightarrow P)$

(1)	P		$P / \therefore (q \rightarrow P)$
(2)	q		P
(3)	$P v \sim q$	1, T	
(4)	P	2, 3, T	
(5)	$q \rightarrow P$	1, 2, PC.	

2.3 PARADOJAS DE LA IMPLICACION ESTRICTA

Las fórmulas generalmente conocidas como 'paradojas de la implicación estricta' son las siguientes:

(1) $LP \rightarrow (q \prec P)$

(2) $\sim MP \rightarrow (P \prec q)$

(3) $P \prec (q \vee \sim q)$

(4) $(P \cdot \sim P) \prec q$

(5) $LP \prec (q \prec P)$

(6) $\sim MP \prec (P \prec q)$

De estas fórmulas, las dos últimas se conocen como 'paradojas de la implicación estricta en su forma estricta'. Las interpretaciones correctas de estas fórmulas son totalmente similares a las de la implicación material, diferiendo únicamente en que aqui en lugar de emplear la expresión 'materialmente' como en el caso anterior, se emplea la expresión 'estríctamente, y este último término, en rigor, no significa otra cosa que 'implica materialmente en forma necesaria' como se podrá colegir de la caracterización precisa del concepto de implicación estricta que dimos en la sección 1.4 del capítulo anterior. Sin enbargo, no estaría por demás ofrecer cuando menos sus interpretaciones standard de estas fórmulas:

(1) Una oración necesaria (sea de la forma ($P \vee \sim P$), o no) es implicada estríctamente por cualquier oración,

(2) Una oración imposible (sea de la forma ($P \cdot \sim P$), o no) implica estríctamente cualquier oración,

(3) Una oración de la forma ($P \vee \sim P$) es implicada estríctamente por cualquier oración,

(4) Una oración de la forma ($P \cdot \sim P$) implica estríctamente cualquier oración,

(5) Una oración necesaria (sea de la forma ($P \vee \sim P$), o no) es implicada estríctamente por cualquier oración,

(6) Una oración imposible (sea de la forma ($P \cdot \sim P$), o no) implica estríctamente cualquier oración.

2.4 VAGUEDAD E INCOHERENCIA DE LAS EQUIVALENCIAS LOGICAS

Por razones de brevedad, la presente sección estará dedicada única y exclusivamente a demostrar formalmente la existencia de un cierto tipo de incoherencia y vaguedad de que adolescen las equivalencias lógicas basadas en la implicación material. Defecto éste, que si no se establecen restricciones adecuadas al uso de las equivalencias, representa un serio peligro para los fines de su aplicabilidad en las demostraciones.

El problema consiste en lo siguiente. Consideremos las siguientes fórmulas:

(1) $(P.\sim P)\rightarrow q$

(2) $P\rightarrow(qv\sim q)$

(3) $[P.(P\rightarrow q)]\rightarrow q$

(4) $[(\sim Pvq)vP]\rightarrow q$

De estas fórmulas, las dos primeras ya nos son conocidas en el presente trabajo. Las dos últimas son las fórmulas conocidas en la literatura lógica con los nombres de <u>Modus Ponens</u> y silogismo Disyuntivo, respectivamente. Respecto a las dos primeras, por un lado, ya hemos visto en la Sec. 1.2 p.28, que ellos constituyen casos de implicaciones materiales estrictas (porque no existe entre sus antecedentes y consecuentes respectivos ningún tipo de atingencia en absoluto); por otro lado, en la Sec.2.2 p.51, se ha visto que estas fórmulas no sirven para fines de demostración de la validez de las inferencias (porque el primero dice 'todo' y el segundo no dice nada). Es necesario advertir que, en (1) y (2) el antecedente como el consecuente pueden tomar cualquier forma, lo único indispensable es, que en cualquier caso conserven el valor de verdad de sus antecedentes y consecuentes respectivos; de este modo, podemos expresar tales fórmulas de una manera más general empleando los signos '$\perp$' y 'T' para representar fórmulas inconsistentes y fórmulas válidas, respectivamente, y denotando con A cualquier fórmula:

(5) $\perp \rightarrow A$

(6) $A \rightarrow T$

De las consideraciones hechas sobre dichas fórmulas se deduce, que no existe cuando menos una interpretación de las mismas que sean cognoscitivamente verdaderas, es decir, 'verdaderas' no en el sentido material, sino en el sentido que tiene este término en el lenguaje científico. LLamaremos— provisionalmente en el presente trabajo—a las fórmulas cuyas interpretaciones resulten verdaderas cognoscitivamente (cuando menos una vez) fórmulas informativas, y a sus interpretaciones que asi resulten, interpretaciones cognoscitivas. Consideremos ahora a las siguientes equivalencias:

(7) $(p \rightarrow q).p. \rightarrow .q : \leftrightarrow : (p \rightarrow q).\sim q. \rightarrow .\sim p$

(8) $\sim(\sim p.\sim q) : \leftrightarrow : \sim(\sim p.\sim q)$

(9) $(p \rightarrow q).p. \rightarrow .q : \leftrightarrow : (p.\sim p) \rightarrow q$

(10) $p \rightarrow (q \vee \sim q) : \leftrightarrow : (p \rightarrow q).\sim q. \rightarrow .\sim p$

(11) $(p.\sim p) \rightarrow q : \leftrightarrow : p \rightarrow (q \vee \sim q)$

De estas equivalencias, es obvio que (7) es informativa, (8) tambien, pero es trivial; (9) es incoherente respecto a su propiedad informativa, ¿cómo es posible que el Modus Ponens, válida por excelencia, e indiscutiblemente informativa, sea equivalente informativamente a una fórmula que no informa nada?; sobre (10) se puede argumentar lo mismo; finalmente, (11) 'no informa nada' e 'informa todo' a la vez (paradójicamente, 'decir todo' equivaldría a 'no decir nada').

El propósito es demostrar que cualquier fórmula lógicamente válida α es equivalente a cualesquiera de las fórmulas informativamente nulas (1) y (2), es decir, reductible recíprocamente en un número finito de pasos en virtud únicamente de otras equivalencias lógicas. Antes de presentar la demostración general, veamos unos cuantos casos particulares.

a) $[P\cdot(P\rightarrow q)]\rightarrow q$

(1)	$[P\cdot(P\rightarrow q)]\rightarrow q$	
(2)	$\sim[P\cdot(P\rightarrow q)]\vee q$	1, Eq.
(3)	$[\sim P\vee\sim(P\rightarrow q)]\vee q$	2, Eq.
(4)	$[\sim P\vee(P\cdot\sim q)]\vee q$	3, Eq.
(5)	$[(\sim P\vee P)\cdot(\sim P\vee\sim q)]\vee q$	4, Eq.
(6)	$(P\vee\sim P\vee q)\cdot(\sim P\vee q\vee\sim q)$	5, Eq.
(7)	$[(P\vee\sim P)\vee q]\cdot[(q\vee\sim q)\vee\sim P]$	6, Eq.
(8)	$[\sim(P\vee\sim P)\rightarrow q]\cdot[\sim(q\vee\sim q)\rightarrow\sim P]$	7, Eq.
(9)	$[(P\cdot\sim P)\rightarrow q]\cdot[(q\cdot\sim q)\rightarrow\sim P]$	8, Eq.

b) $[(P\rightarrow q)\cdot\sim q]\rightarrow\sim P$

(1)	$[(P\rightarrow q)\cdot\sim q]\rightarrow\sim P$	
(2)	$\sim[(P\rightarrow q)\cdot\sim q]\vee\sim P$	1, Eq.
(3)	$[\sim(P\rightarrow q)\vee q]\vee\sim P$	2, Eq.
(4)	$[(P\cdot\sim q)\vee q]\vee\sim P$	3, Eq.
(5)	$[(P\vee q)\cdot(\sim q\vee q)]\vee\sim P$	4, Eq.
(6)	$(P\vee q\vee\sim P)\cdot(\sim q\vee q\vee\sim P)$	5, Eq.
(7)	$[(P\vee\sim P)\vee q]\cdot[(\sim q\vee q)\vee\sim P]$	6, Eq.
(8)	$[\sim(P\vee\sim P)\rightarrow q]\cdot[\sim(\sim q\vee q)\rightarrow\sim P]$	7, Eq.
(9)	$[(P\cdot\sim P)\rightarrow q]\cdot[(q\cdot\sim q)\rightarrow\sim P]$	8, Eq.

c) $(P\cdot q)\rightarrow P$

(1)	$(P\cdot q)\rightarrow P$	
(2)	$\sim(P\cdot q)\vee P$	1, Eq.
(3)	$(\sim P\vee\sim q)\vee P$	2, Eq.
(4)	$(\sim P\vee\sim q\vee P)$	3, Eq.
(5)	$(\sim P\vee P)\vee\sim q$	4, Eq.
(6)	$(\sim P\vee P)\vee\sim q$	5, Eq.
(7)	$(\sim P\vee P)\rightarrow\sim q$	6, Eq.
(8)	$(P\cdot\sim P)\rightarrow\sim q$	7, Eq.

Demostración del caso general.

Toda fórmula α válida lógicamente de la lógica de las oraciones atómicas no-analizadas es equivalente (materialmente) a

(I) una fórmula de la forma $(\perp \rightarrow A_1)_1 \cdots\cdots (\perp \rightarrow A_k)_k$ $(k \geq 1)$.

(II) una fórmula de la forma $(A_1 \rightarrow \top)_1 \cdots\cdots (A_k \rightarrow \top)_k$ $(k \geq 1)$.

Demostración de (I)

Sea una fórmula válida lógicamente (es decir, materialmente) cualquiera de las oraciones atómicas no-analizadas. Sea una fórmula de la forma $(P_1 \vee P_1)_1 \cdots\cdots (P_k \vee P_k)_k$ (donde k 1) en forma normal conjuntiva equivalente a α. Entonces, dado que una fórmula válida conserva su validez si se le agrega en disyunción a ella otra fórmula cualquiera, a cada disyunción $(P_i \vee P_i)_i$ le agregamos (si es que todavía no tenía) una fórmula A cualquiera, es decir, $((P_1 \vee P_1) \vee A_1)_1 \cdots\cdots ((P_k \vee P_k) \vee A_k)_k$; luego, definiendo a la conectiva 'V' principal en cada $((P_i \vee P_i) \vee A_i)_i$ en función de '$\sim$' y '$\rightarrow$', y sustituyendo al antecedente de cada A_i por $\perp$, obtenemos el resultado buscado, $(\perp \rightarrow A_1)_1 \cdots\cdots (\perp \rightarrow A_k)_k$, donde si nos place, podemos quedarnos solamente, con una $(\perp \rightarrow A_i)_i$ cualquiera, ya que el valor veritativo de una conjunción válida no se altera si se quita a todos sus miembros menos uno.

Demostración del caso (II).

Para demostrar este segundo caso basta transformar a cada $(\perp \rightarrow A_i)_i$ en el resultado de la demostración anterior, y obtener $(A_1 \rightarrow \top)_1 \cdots\cdots (A_1 \rightarrow \top)_k$.

2.5 INEFECTIVIDAD DE LOS SISTEMAS DE IMPLICACION ESTRICTA Y 'ENTAILMENT'.

Los sistemas de implicación estricta y 'entailment' hasta ahora formulados, tanto en su versión modal como no-modal no constituyen todavía instrumentos deductivos útiles para fines prácticos, porque no disponen de ningún procedimiento decisorio para tal fin. Asi por ejemplo, de los sistemas brevemente referidos en las secciones 1.4 y 1.5 del capítulo I, ninguno posee algoritmo, porque todos ellos son simplemente sistemas de derivación axiomática. Esta situación es un tanto lamentable si se toma en cuenta el panorama trillado de vaguedades e incoherencias que ofrece la lógica clásica de la mera implicación material. Claro está, que tales vaguedades e incoherencias no son propiamente de caracter formal, es decir, los sistemas de implicación material—cuando menos al nivel de la lógica de primer orden—formalmente son del todo correctos. ¿Pero de que sirven si se considera con un criterio pragmático, tales sistemas, por mas rigor formal que presenten sus relaciones internas, si tales relaciones no pueden ser traducidas con el mismo rigor de coherencia en el análisis deductivo del lenguaje científico o del lenguaje corriente? .Es verdad que, normalmente una teoría no se construye, ya para ciertas aplicaciones concretas previstas de antemano, porque de esa manera ninguna ciencia avanzaría, de tal suerte que ha habido ciertas teorías para la realización de las cuales tuvieron que transcurrir muchas décadas y hasta siglos; pero es verdad también, que no se puede tener la misma esperanza de una teoría lógica basada en la mera relación de implicación material, por ejemplo de un sistema lógico que adolezca de un grave defecto como el señalado con respecto a las equivalencias lógicas en la sección anterior. ¿porque, qué modelo pragmático se puede esperar para fórmulas como $p \rightarrow (q \vee \sim q)$,

$(p \cdot \sim p) \rightarrow q$, o equivalencias cuyos miembros sean fórmulas que tengan estas formas? .

Además, los sistemas de implicación estricta asi como el 'entailment', aparte de carecer de algoritmos, tienen un poder deductivo de un alcance muy reducido, porque sólo abarcan a enunciados de la lógica de oraciones atómicas no-analizadas, quedando fuera de su dominio, por tanto, la parte más interesante de la lógica: la teoría de la cuantificación, cuando menos al nivel de la lógica de primer orden, hasta donde los sistemas corrientes de derivación tienen un alcance pleno.

III. IMPLICACION ESTRICTA INFORMATIVA

3.1 NOCIONES PRELIMINARES

Este capítulo, está dedicado íntegramente a plasmar una idea que el autor de la presente monografía, tenía en mente ya desde hace tiempo, acerca de la posibilidad de construir un algoritmo para la relación de implicación estricta. Tal proyecto, sin embargo, asui no se llevará a cabo en forma completa por las razones aducidas en la introducción, sino sólo de una manera muy general en cuanto se refiere a su amplitud y rigor, aunque la idea central que concierne propiamente a la formulación del algoritmo, si se desarrolla con el rigor y la claridad debida, estableciéndose de ese modo, bases seguras para su ulterior desarrollo completo en otro trabajo. Veamos en lo que sigue, antes de pasar propiamente a la formulación y fundamentación de las reglas decisorias ciertas ideas generales acerca de su desarrollo.

En primer lugar, hagamos un breve pero exahustivo análisis de la actual situación de la lógica clásica standard con respecto a las relaciones de equivalencia e implicación materiales:

1. En la lógica clásica hay tres clases distintas de fórmulas:

(a) Fórmulas lógicamente contingentes, que las denotaremos por 'C',

(b) Fórmulas lógicamente válidas, que las denotaremos por 'T',

(c) Fórmulas lógicamente inconsistentes, que las denotaremos por '⊥',

2. A partir de estas tres clases de fórmulas podemos establecer tres clases distintas de relaciones de equivalencia material:

(1) Relación entre fórmulas 'C'

(2) Relación entre fórmulas 'T'

......

(3) Relación entre fórmulas '$\perp$'

3. En la lista anterior, las fórmulas C, T y $\perp$ asi relacionadas, pueden ser de estructuras distintas o de estructuras idénticas, de este modo, tendríamos que duplicar la lista anterior, pero, por razones de brevedad, suponiendo que tales relaciones son únicamente de fórmulas de estructuras idénticas, demos sólo las otras tres restantes:

(4) Relaciones entre fórmulas C de estructuras distintas,

(5) Relaciones entre fórmulas T de estructuras distintas,

(6) Relaciones entre fórmulas $\perp$ de estructuras distintas.

4. En las listas anteriores, las fórmulas asi relacionadas pueden ser lógicamente atingentes o lógicamente inatingentes (es decir, ser sólo materialmente válidas, o además, ser lógicamente válidas), por tanto, tendríamos que duplicar a ambas listas. Pero, en la primera lista la atingencia lógica ya está presente, porque la identidad de estructuras necesariamente presupone atingencia, de este modo, sólo nos queda la segunda lista, y por razones similares que en aquella lista, suponiendo que en dicha lista las fórmulas relacionadas son lógicamente inatingentes, sólo nos queda dar las restantes:

(7) Relaciones entre fórmulas C de estructuras distintas atingentes

(8) Relaciones entre fórmulas T de estructuras distintas atingentes

(9) Relaciones entre fórmulas $\perp$ de estructuras distintas atingentes

5. A partir de las fórmulas C, T y $\perp$ podemos establecer cuatro clases distintas de relaciones de implicación material:

(10) Relaciones entre las fórmulas C,

(11) Relaciones entre las fórmulas C y T,

(12) Relaciones entre las fórmulas C y $\perp$.

(13) Relaciones entre las fórmulas T y $\perp$.

En la relación (10) se supone que las fórmulas C asi relacionadas son de estructuras distintas, porque de otro modo, serían equivalentes a la relación (1).

6. Finalmente, las fórmulas asi relacionadas en la lista anterior, pueden ser lógicamente atingentes o lógicamente inatingentes. Pero en las relaciones (11), (12) y (13), de fórmulas veritativamente distintas no puede haber ninguna atingencia lógica en absoluto (véase p.28), porque son meras implicaciones materiales en sentido estricto. De esta manera, nos queda solamente la relación

(14) Relación entre las fórmulas C de estructuras distintas atingentes.

Ahora, para mayor claridad del análisis, empleando como subíndices las letras i y j para indicar el número de fórmulas y la diferencia de estructuras, representemos a todas estas clases de relaciones de equivalencia e implicación material colocando en orden consecutivo a todas las clases de relaciones para cada una de las fórmulas C, T y $\perp$, conforme al orden del cuadro que aparece en las páginas 22 y 23:

A) EQUIVALENCIAS

(1) $(\perp_i \leftrightarrow \perp_j)$ es T, si $\perp_i$ y $\perp_j$ son de estructuras idénticas.

(2) $(\perp_i \leftrightarrow \perp_j)$ es T, si $\perp_i$ y $\perp_j$ son inatingentes recíprocamente y de estructuras distintas

(3) $(\perp_i \leftrightarrow \perp_j)$ es T, si $\perp_i$ y $\perp_j$ son atingentes recíprocamente y de estructuras distintas

(4) $(T_i \leftrightarrow T_j)$ es T, si T_i y T_j son de estructuras idénticas

(5) $(T_i \leftrightarrow T_j)$ es T, si T_i y T_j son inatingentes recíprocamente y de estructuras distintas

(6) $(T_i \leftrightarrow T_j)$ es T, si T_i y T_j son atingentes recíprocamente y de estructuras distintas

(7) $(C_i \leftrightarrow C_j)$ es T, si C_i y C_j son de estructuras idénticas

(8) $(C_i \leftrightarrow C_j)$ es T, si C_i y C_j son inatingentes recíprocamente y de estructuras distintas

(9) $(C_i \leftrightarrow C_j)$ es T, si C_i y C_j son atingentes recíprocamente y de estructuras distintas.

B) IMPLICACIONES

Las nueve anteriores (ya que las equivalencias no son mas que coimplicaciones), mas las cinco restantes:

(10) $(\perp_i \rightarrow T_i)$ es T, sea cual fuere la estructura de $\perp_i$ y T_i.

(11) $(\perp_i \rightarrow C_i)$ es T, sea cual fuere la estructura de $\perp_i$ y C_i

(12) $(C_i \rightarrow T_i)$ es T, sea cual fuere la estructura de C_i y T_i

(13) $(C_i \rightarrow C_j)$ es T, si C_i y C_j son ambas contingentes de estructuras distintas, no equivalentes y recíprocamente inatingentes

(14) $(C_i \rightarrow C_j)$ es T, si C_i y C_j son ambas contingentes, de estructuras distintas, no equivalentes, y recíprocamente atingentes

Ahora bien, aqui surgen dos cuestiones de fundamental importancia:

(1) ¿ Cuáles de estas relaciones pueden dar lugar a equivalencias e implicaciones válidas lógicamente (y no sólo válidas materialmente)?

(2) Si la respuesta a la cuestión precedente fuera afirmativa, ¿bajo qué condiciones formales tales relaciones pueden dar lugar a equivalencias e implicaciones válidas lógicamente?

Este es el problema.

La lógica clásica las hecha a todas estas relaciones en un mismo saco, no hace ningún distinción en ellas en cuanto se refiere a su validez; ni aún la versión fuerte de la implicación material (o implicación concluyente) es satisfactoria, porque también según esa versión son válidas la mayor parte de las relaciones que se acaba de resumir, a saber, (4)-(9) y (12)-(14). Por tanto, si alguna utilidad pueden prestar estas relaciones a la ciencia o a la filosofía, o al análisis del lenguaje corriente, en primer lugar, tendríamos que depurarlas en base a ciertos criterios pragmáticamente concebido que a su vez hayan sido previamente definidos de una manera precisa; en segundo lugar, tendríamos que construir algoritmos para las relaciones asi seleccionadas, de otro modo, no serían realmente útiles. La realización de un proyecto semejante, pues es factible, cuando menos al nivel de la lógica cuantificacional monádica de primer or -

den y en la lógica de las oraciones atómicas no-analizadas. Los criterios guian al autor del presente trabajo en la labor de depuración de las relaciones presentadas en las páginas anteriores.

I. <u>CRITERIO DE LA NO TRIVIALIDAD.</u>- Una relación de la forma ($A\leftrightarrow B$) o ($A\rightarrow B$) (donde tales relaciones son válidas materialmente) satisface al criterio de la no-triavialidad, si y sólo, si A y B no poseen estructuras lógicas idénticas.

Ahora bien, dos estructuras son idénticas si entre sus partes puede establecerse una correspondencia de uno a uno.

Ejemplos. Las siguientes pares de fórmulas poseen estructuras idénticas:

1. Pvq y qvP
2. $(Ex)(Gx.Fx)$ y $(Ex)(Fx.Gx)$

mientras que las pares de fórmulas

3.. $P.(qvr)$ y $(P.q)v(P.r)$
4. $(x)(Fx.Gx)$ y $(Ex)Fx\rightarrow\sim(x)Gx$

no poseen estructuras idénticas.

II. <u>CRITERIO DE LA INFORMATIVIDAD.</u>- Una relación de la forma ($A\leftrightarrow B$) o ($A\rightarrow B$) (donde tales fórmulas son válidas materialmente) satisface al criterio de la informatividad si y sólo, si posee un modelo <u>informativo</u>.

Ahora, se dice que una fórmula de cualesquiera de las formas ($A\leftrightarrow B$) o ($A\rightarrow B$) posee un modelo informativo si y sólo, si hay cuando menos una interpretación para la cual resulten verdaderos cognoscitivamente ('verdaderas' en el sentido normal que este término tiene en la ciencia).

Ejemplos. Las siguientes fórmulas tienen capacidad informativa (o son informativas):

1. $[P.(P\rightarrow q)]\rightarrow q$
2. $(x)(Fx\rightarrow Gx)\rightarrow\sim(Ex)(Fx.\sim Gx)$

mientras que las siguientes fórmulas

3. $(Ex)Fx.\leftrightarrow.(x)\sim Fx\rightarrow(x)Fx$

4. $(p.\sim p) \rightarrow q$

no lo son.

III. <u>CRITERIO DE LA ATINGENCIA LOGICA</u>.- Una relación de la forma $(A \leftrightarrow B)$ o $(A \rightarrow B)$ (donde tales relaciones son válidas materialmente) satisface al criterio de la atingencia lógica si y sólo, si satisface a los dos criterios anteriores.

En rigor, para que una relación de la forma $(A \leftrightarrow B)$ o $(A \rightarrow B)$ satisfazga al criterio de la atingencia lógica en <u>general</u>, basta con que tales relaciones satisfazgan al segundo criterio, y no asi al primero, porque la identidad de estructuras necesariamente presupone atingencia lógica en cualquier caso. Por tanto, quizás sería más adecuado hablar aqui de (criterio de) atingencia lógica <u>útil</u> en oposición a la atingencia lógica trivial que resulta ser <u>inútil</u>, como en el caso de las meras identidades explícitas de estructuras cuando a estas se les considera informativamente como un fin mas bien que como un medio auxiliar útil que permite demostrar la validez de otras relaciones de estructura más compleja, (Aquí me parece que radica el defecto de la crítica de A. Pap ([18], pp. 292-299) a la circularidad de las equivalencias lógicas).

Ahora veamos, brevemente, cuáles de las relaciones presentadas en las páginas 63 y 64 (en el orden en que aparecen) son capaces de satisfacer a estos tres criterio,

(1) No satisface al criterio I, porque es trivial,

(2) No satisface al criterio III,

(3) Satisface a los criterios exigidos, pero su uso (si hay alguna) requiere de muchas restricciones por tratarse de la equivalencia de fórmulas inconsistentes,

(4) No satisface al criterio I,

(5) No satisface al criterio III,

(6) Satisface a todos los criterios exigidos, pero su uso requiere de muchas restricciones, porque de otro modo, se puede llegar a equivalencias informativamente incoherentes, (véase la [illegible]),

(véase la demostración de la p.57),

(7) No satisface al criterio I,

(8) No satisface al criterio III. De otro modo, por ejemplo, pasarían por válidas las fórmulas 'paradójicas': $P.\leftrightarrow.\sim P\rightarrow P$, $\sim P.\leftrightarrow.P\rightarrow\sim P$, etc.

(9) Satisface a todos los criterios,

(10) No satisface al criterio II,

(11) No satisface al criterio II,

(12) No satisface al criterio II,

(13) No satisface al criterio II. De otro modo, por ejemplo, pasarían por válidas las fórmulas llamadas 'paradójicas' $P\rightarrow(q\rightarrow P)$, $\sim P\rightarrow(P\rightarrow q)$, etc.

(14) Satisface a todos los criterios.

De esta manera, vemos que, de todas las relaciones de equivalencia e implicación materiales antes presentadas, sólo dos satisfacen plenamente a todos los criterios establecidos, a saber, las relaciones (9) y (14). Las relaciones (3) y (6) también satisfacen, pero su uso requiere de mucho cuidado. De aquí se deriva la noción de validez lógica para el sistema que se propone, noción que de aquí en adelante llamaremos Validez <u>Estricta e Informativa</u>, y por brevedad, valides-EI: una fórmula cualquiera será válida-EI si y sólo, si dicha fórmula corresponde a los casos (3), (6), (9) y (14). Por tanto, es necesario precisar la noción de validez-EI con respecto a estos casos específicos, como sigue:

- Una fórmula bicondicional $(A\leftrightarrow B)$ cualquiera será Válida-EI si y sólo, si satisface las siguientes condiciones sucesivamente en el orden en que se indican:

(1) A y B son fórmulas de estructuras distintas,

(2) A y B son fórmulas contingentes lógicamente

(3) el bicondicional $(A\leftrightarrow B)$ es válido materialmente.

- Una fórmula condicional (A→B) cualquiera será válida-HI si y sólo, si satisface las siguientes condiciones sucesivamente en el orden en que se indican:

(1) A y B son fórmulas de estructuras distintas,

(2) A es molecular,

(3) A y B son fórmulas contingentes lógicamente,

(4) el condicional (A→B) es válido materialmente.

Ahora bien, ¿cómo se puede construir un algoritmo, que dada una fórmula cualquiera condicional o bicondicional de la logica cuantificacional monádica de primer orden o de la lógica de las oraciones atómicas no analizadas, permita decidir su validez en el sentido antes descrito? Esto es posible como sigue:

En primer lugar, para satisfacer a la condición (1) del bicondicional y a las condiciones (1) y (2) del condicional, es necesario y suficiente una simple inspección visual a la fórmula dada en base de las nociones de 'estructura' y 'fórmula molecular', que con respecto a esta última concerniente a la teoría de la cuantificación monádica de primer orden se estipula la siguiente definición:

Una fórmula α cualquiera de la teoría de la cuantificación monádica de primer orden no es molecular si y sólo, si se trata de esquemas abiertos individuales, o de letras predicativas individuales seguidas de constantes individuales; en todos los demás casos α es molecular.

Ejemplos. Las siguientes fórmulas son no-moleculares o atómicas: Fx , Gx , Hb, etc.. Mientras que las fórmulas: (x)Fx , (Ex)Fx , (x)(FxvHx) , (Ex)(Hx.Fx) , etc. no moleculares.

En segundo lugar, para satisfacer las condiciones (2) y (3) del bicondicional y las condiciones (3) y (4) del condicional es necesario y suficiente con aplicar adecuadamente —como se indicarán las instrucciones pertinentes detalladamente en la sección próxima— a la fórmula o a las partes de la fórmula en cuestión cualquier algoritmo corriente existente en la lógica clásica para determinar su validez material.

De este modo, el sistema de implicación que se ofrece, está diseñada desde una perspectiva no-modal de implicación estricta sobre bases únicamente extensionales, empleando todos los recursos necesarios que ofrece la lógica para tal fin. Es en este sentido, en que se funda en parte en algritmos ya existentes, los cuales en si mismos sólo sirven para determinar la mera validez material. Por tanto, es necesario que quede bien claro de una vez por todas a este respecto, que los algoritmos asi empleados, sólo constituyen una condición necesaria pero no suficiente en el sistema que se propone, sólo son un medio y no un fin.

3.2 EL ALGORITMO

Antes de todo, formulemos las reglas decisorias para determinar la validez-EI, para luego exponer la fundamentación de las mismas.

En lo que concierne al algoritmo auxiliar para decidir la validez material de las fórmulas cuantificadas, puede emplearse cualquier algoritmo conocido —como se verá en los ejemplos que se expondrán más adelante—, pero para los fines que persigue este trabajo, será suficiente con emplear uno debido al autor del presente trabajo (tesis de bachiller en Filosofía, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, marzo 1974), al que, por razones de comodidad, denominaremos en este trabajo, el método 'LL'.

REGLAS DEL METODO AUXILIAR 'LL' PARA DETERMINAR LA VALIDEZ MATERIAL DE LAS FORMULAS CUANTIFICADAS.

Sólo expondremos por esta vez, las reglas concernientes a las fórmulas básicas; pero en este sistema que se propone pueden emplearse también sin restricción alguna, siempre que las fórmulas sean bicondicionales o condicionales (ya que el método que se propone es únicamente para determinar la validez de inferencias), todas las demás reglas; pero por ahora será suficiente con las reglas sobre fórmulas básicas.

Sea S una fórmula cuantificacional monádica de la lógica de primer orden, cerrada y básica, sin signos de igualdad, con letras proposicionales o sin ellas. Para determinar la validez de esta fórmula, elimínese previamente a todas las conectivas '$\rightarrow$', '$\leftrightarrow$', etc., sustituyendo por sus equivalentes correspondientes, hasta reducir a otra fórmula equivalente S' tal que esta última exhiba únicamente las conectivas 'v', '.' y/o '$\sim$', internada ésta última. Ahora bien, una vez conseguida S', ésta tendrá cualesquiera de las siguientes formas:

I. $(x)A_1,\ldots,(x)A_m$

II. $(Ex)B_1,\ldots,(Ex)B_n$

III. $(x)A_1,\ldots,(x)A_m,(Ex)B_1.\ldots.(Ex)B_n$

es decir, una serie finita de U-fórmulas, o una serie finita de E-fórmulas, o de ambas a la vez, donde m y n son enteros finitos positivos arbitrarios. Las reglas para decidir la validez de cada una de estas fórmulas asi reducidas son las siguientes:

RI. Si S' es de la forma $(x)A_1,\ldots,(x)A_m$

(1) Si el número de los U-cuantificadores es ≤ 1, bórrese simplemente al U-cuantificador y a las variables individuales y, luego determínese veritativofuncionalmente la validez del esquema S'_p resultante.

(2) Si el número de los U-cuantificadores es ≥ 2, bórrese a todos los U-cuantificadores y variables individuales y, luego, adscríbase un mismo subíndice a todas las letras predicados de cada U-esquema A_i, pero siempre usando siempre un subíndice distinto para cada U-esquema A_i distinto de otro A_j y, finalmente, determínese veritativofuncionalmente la validez del esquema S'_p resultante.

RII. Si S' es de la forma $(Ex)B_1,\ldots,(Ex)B_n$ bórrese a todos los E-cuantificadores y variables individuales y, luego determínese veritativofuncionalmente la validez del esquema S'_p resultante.

RIII. Si S' es de la forma $(x)A_1,\ldots,(x)A_m,(Ex)B_1,\ldots,(Ex)B_n$

(A) Si el número de los U-fórmulas es ≤ 1: se procede en forma idéntica a RII.

(B) Si el número de los U-cuantificadores es ≥ 2, procédase sucesivamente como sigue:

(1) Siempre que se considere conviniente y sea posible, para mayor simplicidad, redúzcase el número de los U-cuantificadores empleando la equivalencia $(x)A_1.\ldots.(x)A_m.\leftrightarrow.(x)((A_1.\ldots.A_m)$. y de manera similar con los E-cuantificadores

empleando la equivalencia $(Ex)B_1 v \ldots v(Ex)B_n . \leftrightarrow . (Ex)(B_1 v$ $v \ldots vB_n)$.

(2) Hállese la forma normal conjuntiva, tomando a cada U- y E-fórmula en bloque como si fueran simples letras proposicionales,

(3) Bórrese todos los cuantificadores y variables individuales, y luego:

(3.1) en cada miembro de la FNC, que contenga la disyunción de U- y E-esquemas, si el número de los U-esquemas es ≥ 2, sustitúyase a cada E-esquema B_i por la disyunción de m miembros $B_{i_1} v \ldots vB_{i_n}$ y, luego a todas las letras predicados de cada par de fórmulas $(A_i . B_i)$ adscríbase un mismo subíndice, usando uno distinto para cada par que difiera en el U-componente. De otro modo, si el número de los U-esquemas es ≤ 1, procédase en forma similar a (A).

(3.2) en los demás miembros de la FNC, procédase simplemente conforme a RI o RII, según sea el caso.

En la práctica todo el paso (3) se efectúa simultáneamente.

Ahora bien, en cualesquiera de las formas I, II o III, S' será válida <u>materialmente</u>, si y sólo, si su esquema S'_p resulta tautológico.

<u>REGLAS DECISORIAS PARA LA VALIDEZ-EI.</u>

Sea α de cualesquiera de las formas $(A \leftrightarrow B)$ o $(A \rightarrow B)$ de la lógica cuantificacional monádica de primer orden o de la lógica de las oraciones atómicas no analizadas. Para determinar su validez-EI es suficiente con efectuar las siguientes indicaciones sucesivamente en el orden en que se dan, siempre que ellos sean necesarios:

I. Para bicondicionales,

(1) Mediante una inspección visual cuidadosa determinar si A y B son de estructuras idénticas,

(2) a) Si α es cuantificacional, mediante el algoritmo 'LL' o cualquier otro método conocido determinar por separado si A y B son <u>ambas</u> contingentes lógicamente.

b) Si α es oracional, mediante un algoritmo conocido cualquiera determinar por separado si A y B son <u>ambas</u> contingentes lógicamente.

(3) Mediante los mismos métodos empleados en el paso anterior —según sea el caso— determinar si el bicondicional $(A \leftrightarrow B)$ es válida materialmente,

(4) α es válida-EI si y sólo, si es válida materialmente en el paso inmediato anterior.

II. Para condicionales,

(1) Mediante una inspección visual cuidadosa, determinar si A y B son de estructuras distintas, y si por lo menos A es molecular,

(2) a)- Si α es cuantificada, mediante el método 'LL' o cualquier otro método conocido, determinar si A y B son ambas contingentes lógicamente,

b) Si α es oracional, mediante cualquier algoritmo conocido, determinar si A y B son ambas contingentes lógicamente

(3) mediante los mismos métodos empleados en el paso anterior —según sea el caso— determinar si el condicional $(A \rightarrow B)$ es válida materialmente,

(4) α es válida-EI si y sólo, si α es válida materialmente en el paso inmediato anterior.

Ahora procedemos establecer los fundamentos del sistema propuesto, ello consistirá en demostrar que,

1) el método propuesto es un sistema de implicación estricta (informativa),

2) la validez-EI de cualquier fórmula, sea de la forma $(A \leftrightarrow B)$ o $(A \rightarrow B)$, es decidible.

Para demostrar lo que concierne al primer punto, es preciso establecer primero las características definitorias fundamentales que posee todo sistema de implicación estricta.

Lo que tradicionalmente se ha entendido por implicacion estricta, constituyen mas bien ciertas técnicas que nuevos conceptos de implicación, técnicas con mas o menos poder restrictivo del significado material ámplio de '$\rightarrow$', a fin de impedir que ciertas fórmulas llamadas 'paradójicas', tales como $(P.\sim P)\rightarrow q$, $\sim P\rightarrow(P\rightarrow q)$, etc., sean derivables como teoremas de lógica. De esta manera, la característica definitoria común a todos los sistemas de implicación estricta, sean de la versión modal o no, hasta el momento construidos es eso: restringir la propiedad de 'teorema' a 'fórmulas válidas lógicamente' sólo a ciertas fórmulas que cuando sean interpretadas concuerden en lo posible con el sentido corriente que el 'Si, entonces' e 'implica' tienen en el lenguaje científico como también normalmente en el ordinario. En cambio, como puede constatarse ámpliamente en las secciones 1.2 , 2.2, y en el precedente inmediata, en la implicación corriente cualquier fórmula que sea materialmente válida se considera como lógicamente válida, y todas sin excepción son derivables como teoremas.

De las consideraciones del párrfo anterior, se sigue, que la técnica propuesta en el presente trabajo es un sistema de implicación estricta, porque, incluso este sistema es aún mucho más restrictivo que las formuladas hasta ahora, a parte de la ventaja decisiva que tiene respecto a ellos, al poseer un procedimiento decisorio, como se demostrará mas adelante. Para constatar el poder enormemente restrictivo del sistema que se propone, basta comparar el cuadro de las implicaciones materiales de la lógica clásica con la definición de validez-EI estipulada en la sección precedente.

Finalmente, en cuanto al poder cognoscitivamente informativo que tienen las implicaciones permitidas por este sistema, es por demás obvio, que para conseguir tal propiedad es suficiente con eliminar en lo posible a implicaciones que sean meramente repetitivas, por un lado, y eliminar totalmente a las fórmulas 'paradójicas', que son informativamente nulas, por otro lado.

Ahora demostraremos que las reglas arriba establecidas constituyen, un método efectivo para determinar la validez de cualquier fórmula condicional o bicondicional de la teoría de la cuantificación monádica de primer orden, o de la logica de las oraciones atómicas no-analizadas, en el sentido especial de validez estipulada en este trabajo.

Sea α una fórmula cualquiera. Entonces, α es un bicondicional, o es un condicional; y a su vez en cada uno de estos casos, α es una fórmula de la teoría de la cuantificación, o α es una fórmula de lalógica oracional. Entonces, demostraremos, que en cualesquiera de estos casos, α es decidible.

PRIMER CASO.- Sea α de la forma $(A \leftrightarrow B)$. Para saber si es válida-EI, será necesario y suficiente con demostrar, que en cualquier caso concebible es siempre posible. determinar en un número finito de pasos, si α satisface o no satisface las siguientes condiciones en el orden en que se indican:

(1) A y B son fórmulas de estructuras distintas,

(2) A y B son fórmulas contingentes lógicamente

(3) el bicondicional $(A \leftrightarrow B)$ es válida materialmente,

Entonces,

a) Si α es una fórmula cuantificada monádica de primer orden:

1. Para saber si A y B son de estructuras distintas, es por demás obvio, que basta únicamente con inspeccionarlas visualmente; quienquiera que entienda las nociones de 'estructura' e 'identidad de estructuras' de inmeddiato podrá saber si se trata de estructuras idénticas, o no, con este objeto hemos dado en la p. 65 la definición exacta de la segunda de estas nociones, y la primera es por demás conocida.

2. Para saber si A y B son ambas contingentes lógicamente, es necesario y suficiente saber para el fin que se persigue

en la condición (3), que cuando menos uno de ellos sea lógicamente contingente. Y, para saber este último, hay que determinar que la fórmula en cuestión no es ni válida materialmente, ni es inconsistente. Para saber si A o B es válida materialmente, basta con aplicar el método 'LL', a cualesquiera de ellos, y si después de efectuar esta prueba, la fórmula resulta contingente, todavía no tenemos ninguna seguridad si efectivamente se trata de una fórmula contingente auténtica o de una fórmula inconsistente; pero en este caso, para saber si se trata de una fórmula inconsistente, una vez efectuada la prueba anterior, es suficiente con negar a la fórmula en cuestión y decidir nuevamente con el método 'LL' si su negación es válida materialmente, ya que si una fórmula es inconsistente, su negación es siempre válida materialmente.

3. Para saber si $(A \leftrightarrow B)$ es válida materialmente es suficiente con aplicar 'LL'.

b) Si α es una fórmula oracional. La demostración de este subcaso es idéntico al del subcaso anterior, la única diferencia es que en lugar de aplicar el método 'LL', en este caso, para saber si A o B es contingente, $(A \leftrightarrow B)$ es válida materialmente, etc., basta con aplicar el método de las formas normales, o el método de las tablas de verdad, si resulta conviniente.

<u>SEGUNDO CASO</u>.- Sea α de la forma $(A \rightarrow B)$. Para saber si es válida-EI, será necesario y suficiente con demostrar, que en cualquier caso concebible es siempre posible determinar en un número finito de pasos, si α satisface o no satisface las siguientes condiciones en el orden en que se indican:

(1) A y B son de estructuras distintas, y además, A es molecular,

(2) A y B son fórmulas contigentes lógicamente,

(3) el condicional $(A \rightarrow B)$ es válida materialmente.

Entonces,

a) Si α es una fórmula cuantificacional monádica de primer orden:

1. Para saber [illegible]

orden:

1. Para saber si A y B son fórmulas de estructuras distintas así como en paso (1) de la demostración precedente, basta sólo con tener en mente las nociones precisas de 'estructura', 'identidad de estructuras', y 'molecular', con tal fin, hemos estipulado una definidón precisa de esta última noción concerniente a las fórmulas cuantificadas en la p. 68 de este trabajo.

2. Para saber si A y B son fórmulas contingentes lógicamente, basta proseguir en la misma forma que en el paso (2) de la demostración del primer caso; la única diferencia está en que en el presente caso, es condición <u>necesaria</u> determinar que tanto A como B sean contingentes, para poder pasar a la prueba de la condición siguiente.

3. Para saber si (A--B) es válida materialmente es suficiente con aplicar el método 'LL'.

b) Si α es una fórmula oracional. La demostración de este subcaso es idéntico al del subcaso anterior, la única diferencia es, que en lugar de aplicar el método 'LL', en este caso, para saber si A y B son contingentes, $(A \rightarrow B)$ es válida materialmente, etc., basta con aplicar los mismos métodos sugeridos en el subcaso b) del primer caso.

De este modo, se ha demostrado que la validez-EI de cualquier fórmula bicondicional o condicional de la teoría de la cuantificación monádica de primer orden, o de la lógica de las oraciones atómicas no analizadas, es decidible.

3.3 ALGUNOS EJEMPLOS DE LA APLICACION DEL METODO PROPUESTO

I. $(Pvq)\leftrightarrow[(P\rightarrow q)\rightarrow q]$

- Satisface a la regla (1),
- Vemos que también satisface a la regla (2), porque es evidente que (Pvq) es contingente,
- Veamos si satisface a la regla (3):

$$(Pvq)\rightarrow((P\rightarrow q)\rightarrow q).\ [(P\rightarrow q)\rightarrow q]\rightarrow(Pvq)$$

$$\sim(Pvq)v[\sim(P\rightarrow q)vq].\sim[\sim(P\rightarrow q)vq]v(Pvq)$$

$$(\sim P.\cancel{\sim q})v[(P.\cancel{\sim q})vq].(\sim Pvqvq vPvq)$$

$$\sim PvPvq \qquad\qquad \sim PvP$$

Si satisface a la regla (3), por tanto, es válida.

II. $P\rightarrow[q\rightarrow(m\rightarrow(n\rightarrow P))]$

- No satisface a la regla (1), porque su antecedente no es molecular, portanto, no es válida-EI.

III. $(Pv(qvr))\rightarrow(qv(Pvr))$

- No satisface a la regla (1), por tanto, no es válida-EI.

IV. $(P.(qvr))\rightarrow((P.q)vr)$

- Satisface a la regla (1),
- Satisface a la regla (2),
- Veamos si también satisface a la regla (3):

$$\sim(P.(qvr))v((P.q)vr)$$

$$(\sim Pv\sim(qvr))v((P.q)vr)$$

$$(\sim Pv(\sim q.\cancel{\sim r}))v((\cancel{P}.q)vr)$$

$$\sim Pv\sim qvqvr$$

Si satisface también a la regla (3), por tanto, es válida.

V. $(P.r)\rightarrow(P\rightarrow(Pvr))$

- Satisface a (1),
- Veamos si satisface a (2):

$$Pv(Pvr)$$

- No satisface a la regla (2), por tanto, no es válida-EI.

VI. $(Ex)Hx.(Ex)\sim Hx.\rightarrow.(Ex)(Hx.\sim Hx)$

- Satisface a (1),
- Veamos, si satisface a (2):

$$H.\sim H \quad y \quad H.\sim H$$

- No satisface a (2), por tanto, no es válida-EI

VII. $(x)((Fx \vee Sx) \rightarrow (Ix.Wx)) \rightarrow (x)(Fx \rightarrow Ix)$

- Satisface a (1),
- Veamos si satisface a (2).

$\sim(F \vee S) \vee (I.W)$ y $\sim F \vee I$

es evidente que tanto el antecedente como el consecuente son contingentes,

- Veamos si satisface a (3):

$\sim (x)((Fx \vee Sx) \rightarrow (Ix.Wx)) \vee (x)(Fx \rightarrow Ix)$

$(Ex) \sim ((Fx \vee Sx) \rightarrow (Ix.Wx)) \vee (Fx \rightarrow Ix)$

$(Ex)((Fx \vee Sx). \sim (Ix.Wx)) \vee (x)(Fx \rightarrow Ix)$

$(Ex)((Fx \vee Sx).(\sim Ix \vee \sim Wx)) \vee (x)(\sim Fx \vee Ix)$

$(F \vee S).(\sim I \vee \sim W).\vee.(\sim F \vee I)$

$F \vee S \vee \sim F \vee I . I \vee \sim W \vee \sim F \vee I$

- Si es válida-EI.

VIII. $(Ex)(Cx.Ax).(Ex)(Dx.Ax). \rightarrow .(Ex)(Cx.Dx)$

- Satisface a (1),
- Veamos si satisface a (2):

$(C.A).(D.A)$ y $(C.D)$

si satisface a (2)

- Veamos si satisface a (3):

$\sim((Ex)(Cx.Ax).(Ex)(Dx.Ax)) \vee (Ex)(Cx.Dx)$

$\sim(Ex)(Cx.Ax) \vee \sim(Ex)(Dx.Ax).\vee.(Ex)(Cx.Dx)$

$(x)(\sim Cx \vee \sim Ax) \vee (x)(\sim Dx \vee \sim Ax).\vee.(Ex)(Cx.Dx)$

m= 2:

$(\sim C_1 \vee \sim A_1) \vee (\sim D_2 \vee \sim A_2) \vee (C_1.D_1) \vee (C_2 \vee D_2)$

$\sim C_1 \vee \sim A_1 \vee \sim D_2 \vee \sim A_2 \vee D_1 \vee C_2$

No es válida-EI.

IX. $(Ex)Fx -- ((x)Hx -- (Ex)Fx)$

- Satisface a la regla (1),
- Veamos si satisface a (2):

F y $\sim H \vee F$

si satisface a (2).

- Veamos si satisface a (3):

$\sim(Ex)Fx \vee (\sim(x)Hx \vee (Ex)Fx)$

$(x)\sim Fx \vee ((\sim Hx \vee (Ex)Fx)$

$\sim F \vee \sim H \vee F$

si es válida-EI.

3.4 OBJECIONES AL SISTEMA PROPUESTO

Por razones de brevedad, sólo indicaremos una posible objeción.

En la regla (1) de los condicionales se exige que el antecedente sea molecular. Con este requisito, quedan eliminadas automáticamente fórmulas paradójicas, como $P \rightarrow (q \rightarrow P)$, $\sim P \rightarrow (P \rightarrow q)$, etc., pero no las formas complejas de estas fórmulas: $(P.q) \rightarrow (r \rightarrow (P.q))$, o $\sim(Pvq) \rightarrow ((Pvq) \rightarrow r)$; este hecho es una evidente desventaja con respecto a las formulaciones axiomáticas de la implicación estricta.

CONCLUSION

El problema fundamental, materia de investigación del presente trabajo, ha sido el concepto de implicación lógica. Por tanto, por razones de brevedad, es preciso, limitarse a presentar las conclusiones más importantes que respecto a este concepto se derivan de los capítulos precedentes.

En primer lugar, tenemos el concepto de implicación material. Este es el tipo de implicación que prevalece en la lógica contemporánea. Se ha visto dos versiones de ella; una <u>débil</u>, donde cualquier fórmula válida materialmente es considerada como lógicamente válida; y otra <u>fuerte</u>, llamada también 'implicación concluyente', donde ya se discriminan ciertas fórmulas de la clase de las implicaciones, pero con todo todavía no constituye un criterio adecuado de implicación lógica, porque hay fórmulas dentro de su campo que son válidas sólo materialmente.

En segundo lugar, tenemos el concepto de implicación estricta y el 'entailment'. En rigor, estos no constituyen propiamente nuevos conceptos de implicación, sino ciertas técnicas para eliminar en lo posible ciertas implicaciones materiales, donde el consecuente en ningún casose sigue logicamente del antecedente, por tanto, consideradas como implicaciones lógicas, constituyen un serio peligro para los fines prácticos de la demostración de la validez de las inferencias.

En tercer lugar, tenemos el concepto de implicación informativa, una nueva técnica, que el autor del presente trabajo ofrece con una doble finalidad: eliminar a todas las fórmulas paradójicas, por un lado, y ofrecer implicaciones que sean capaces de traducirse en enunciados cognoscitivamente (y no sólo materialmente) verdaderos, por otro lado.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

1. BARKER, JOHN A: Hypotheticals: Conditionals And Theticals. The Philosophical Quarterly vol. (1974) pp. 335-45.

2. CARNAP, RUDOLF: The Logical Syntax of Language. Londres, Rotledge & Kegan Paul, 1964.

3. -------- Meaning and Necessity. Chicago, University of Chicago Press, 1946.

4. COPI, I: Symbolic Logic. New York, Macmillan, 1962.

5. GEACH, P.T.: Ifs and ands. Analysis vol 9, nº 3 (1948). publicado luego en Logic Matters, Londres, Basil Blackwell Oxford, 1972.

6. -------- Entailment. Aristotelian Society Supplementary Volume 32 (1958). Luego publicado en la misma compilación que el anterior.

7. -------- Entailment (otro). Philosophical Review. vol. 79, nº 2 (1970). Luego ha sido publicado en la misma compilación que el anterior.

8. HILBERT, D Y ACKERMANN, W.: Elementos de la Lógica Teórica. Madrid, Tecnos, 1962.

9. HUNTER, G. Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First-Order Logic. Londres, Macmillan, 1971.

10. HUGHES, G.E. & CRESWELL, M.J: An Introduction to Modal Logic. Londres, Methuen And Co LTD, 1968.

11. KNEALE W.: El Desarrollo de la Lógica. Madrid, Tecnos, 1974.

12. KNOX, J.: Material Implication And "If...then". International Logic Review, nº3 (1971), pp. 90-92.

13. LEWIS, I.C. and LANGFORD, C.H.: Symbolic Logic. Londres, The Century Co. 1932.

14. MACLACHLAN, D.L.C.: The Transitivity of Entailment. The Philosophical Quarterly vol. 22, nº 86 (1972), pp. 57-61.

15. MENDELSON, E.: Introduction to Mathematical Logic. Amsterdan, Van Nostran Reinhold, 1970.

16. MATES, B.: Lógica Matemática Elemental, Madrid, Tecnos, 1971.

17. MOORE, G.E. External and Internal Relations. Proceedings of the Aristotelian Society, 1919-1920. Publicado dos años mas tarde por Kegan Paul en Philosophical Studies.

18. PAP.A. : Semántica y Verdad Necesaria, México, Fondo de cultura Económica, 1970.

19. PRIOR, A.N.: Formal Logic. Londres, Oxford. At the Clarendon Press, 1970.

20. QUINE, W.V.O.: Los Métodos de la Lógica. Barcelona, Ariel 1969, (Reimpr.).

21. ---------Desde un Punto de Vista Lógico. Barcelona, Ariel 1962.

22. -------- Palabra y Objeto. Barcelona, Ed. Labor, 1968.

23. SUPPES, P.: Introducción a la Lógica Simbólica. México, CECSA, 1966.

24. STEBBING, S.: Introducción a la Lógica Moderna. México, Fondo de Cultura Económica, 1969.

25. TARSKI, A. Logic, Semantics, Metamathematics. Oxford, Clarendon Press, 1956.

26. WIREDU, J.E.: Material Implication And "If...then". International Logic Review, n°6 (1972) pp. 254-255.

27. WRIGHT, G.H. von: Logical Studies. Londres, Kegan Paul, 1962 (2° Reimpr.)

INDICE