Referencia bibliográfica

Chávez, A. (1979). *La Lógica como una forma de Lenguaje y la función fundamental del Simbolismo*. [Monografía para optar el grado de Licenciado en Filosofía]. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Facultad de Letras y Ciencias Humanas. Unidad de Pregrado.

REPOSITORIO DIGITAL DE TESIS DE LA BIBLIOTECA DE LETRAS DE LA UNMSM

Autor	Alejandro Chávez Noriega
Título	La Lógica como una forma de Lenguaje y la función fundamental del Simbolismo.
País de publicación	Perú
Fecha de publicación	1979
Tipo de publicación	Monografía de Licenciatura
Idioma	Español

Resumen

Este trabajo busca establecer la lógica como un lenguaje preciso, para ello, utiliza signos abstractos que surgen del análisis de campos como la matemática y la teoría de conjuntos. Se parte del lenguaje común para entender cómo se constituyen los lenguajes científicos, se destaca la necesidad de signos y reglas de formación o sintaxis. La lógica se define como un lenguaje simbólico, manejado mediante reglas exactas que permiten la deducción y la inferencia sin ambigüedades. La abstracción en la lógica, facilitada por símbolos vacíos de contenido, es fundamental para el desarrollo de deducciones precisas, lo cual solo fue posible gracias a la formalización simbólica.

Palabras clave	Lógica; Lenguaje; Simbolismo.
Campo del conocimiento del OCDE	Filosofía
Tipo de trabajo de investigación	Monografía
Nombre del grado	Licenciatura
Grado académico	Licenciatura en Filosofía
Institución que otorga el grado	Universidad Nacional Mayor de San Marcos

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

PROGRAMA ACADEMICO DE FILOSOFIA

LA LOGICA COMO UNA FORMA DE LENGUAJE Y LA FUNCION FUNDAMENTAL DEL SIMBOLISMO.

MONOGRAFIA

PRESENTADA POR EL BACHILLER

ALEJANDRO CHAVEZ NORIEGA

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN FILOSOFIA

LIMA — PERU

1979

A LA PROFUNDA MEMORIA DE MI PADRE
MANUEL Y MI CARIÑO DE SIEMPRE A
MI MADRE DELIA.

LA LOGICA COMO UNA FORMA DE LENGUAJE Y LA FUNCION FUNDAMENTAL DEL SIMBOLISMO

INTRODUCCION

En el presente trabajo, nos hemos propuesto dos objetivos precisos y concretos: 1) Establecer o ubicar a la lógica como un lenguaje, y 2) Señalar a los signos de este lenguaje como los más abstractos, que surgen en el análisis de campos afines, como el análisis y estudio de la fundamentación de la matemática, de la teoría de conjuntos y en el estudio de la lógica misma.

En este sentido y para este propósito, hemos partido del lenguaje común y corriente, considerado como un sistema de signos con que se entiende una comunidad, en su triple función, informativa, expresiva y operativa. Hemos tratado luego el lenguaje científico, igualmente, sistema de signos con que se entienden los científicos. Y hemos advertido que en uno como en otro se da la estructura de todo lenguaje, por un lado signos y por otro reglas, de constitución o formación. Es decir, nos parece haber llegado a la conclusión de que en todo lenguaje hay dos cosas que jamás pueden faltar: los signos y su gramática o, como dice Carnap, su sintaxis. Es indiscutible que en todo lenguaje funcionan reglas de absoluta vigencia so pena de no ser posible la comunicación.

Es claro que en la lógica los signos son letras, tomadas de los alfabetos latino o griego, mayúsculas y minúsculas, y otros pocos signos tomados de la matemática ., ( ), $=$, $\equiv$, $\neq$, $\supset$, y otros adoptados $\vee$, $\exists$, $\neg$, $\vdash$. Pero, por otra parte, en la lógica las reglas sintácticas o de combinación, son muy precisas, y de la unión o por la reunión de estos dos tipos de elementos -signos y reglas- resulta la lógica un lenguaje preciso, exacto y extraordinariamente abstracto, rasgo que ha sido subrayado, por ejemplo, por B. Russell, cuando nos dice que eso obliga a una nueva serie de símbolos o notación.

La lógica es, pues, un lenguaje de fórmulas como dice Frege, que maneja o manipula u opera con signos conforme a reglas muy precisas llamadas reglas de formación y reglas de transformación. Sus signos son muy abstractos, vacíos de contenido, prácticamente significados vacantes como dice Christensen, libres para recibir cualquier contenido o como también se dice para ser interpretados en un u otro sentido.

Por su puesto, que para alcanzar este alto nivel de abstracción ha habido un trabajo arduo tanto de matemáticos como de lógicos, o matemáticos y lógicos a la vez.

Algunos estuvieron preocupados por precisar la teoría de la deducción, la demostración sin lagunas. Otros estu - vieron interesados en la precisión y en la naturaleza de la relación que es la inferencia.

Pero justamente para la claridad de la teoría de la deducción y de la inferencia se necesitaba un lenguaje u-nívoco, exacto, inambigüo, y este no podía ser otro que el lenguaje simbólico. Simbólico en el sentido de símbo-lo que explica Carnap, es decir, simbólico como sinónimo de character (en inglés) o un rasgo escrito o como sim - plemente letra. No tomamos, por lo tanto símbolo en el sentido vago que se usa en otros campos como en la mito - logía, religiones, artes, y hasta la magia. Símbolo es pues así solamente un signo vacío, simple grafía o rasgo gráfico, pura forma. Esta concepción de símbolo señala una cuestión importantísima: la separación tajante entre signo y cosa, es decir, que el símbolo se desentiende,por así decirlo, totalmente del contenido o de los contenidos, y algo todavía más decisivo puede recibir contenidos di - versos o de los más variados. En realidad, el símbolo ló gico se hace par del signo matemático y de ahí incluso el nombre de lógica matemática. Y aún más, como dice Ru - ssell, el símbolo lógico es más general que el matemático. Pero la analogía sirve para señalar algo que es común en el trabajo matemático: el algoritmo. La lógica ha alcanzado el algoritmo sólo gracias al simbolismo.

El simbolismo lógico juega, pues, una función fundamental en la lógica matemática; sin él habría sido imposible operar con reglas precisas y lograr demostraciones plenamente justificadas paso a paso en el desarrollo de deducciones, derivaciones, tal como trabaja la lógica actual, que se traducen en las transformaciones de unas expresiones en otras equivalentes. Esto ha sido históricamente notorio en la imposibilidad con que se encontró Leibniz de operar en lógica, porque no logró desprenderse de los contenidos de los símbolos. Para él todavía el símbolo miraba a las cosas. Sólo un Símbolo, por así decirlo, descosificado, puede ser manejado con facilidad en un algoritmo. La algoritmización de la lógica ha sido, pues, posible solo gracias al simbolismo, de Ahí su tremenda y fundamental importancia. Y de ahí, también, que mientras no se lo haya descubierto, precisado y manejado con seguridad, la lógica se haya mantenido más de dos mil años sobre carriles aristotélicos.

En este proceso para darle a la lógica un lenguaje preciso, surgen y la ponen por el camino real, primero Gottlob Frege, luego Giuseppe Peano y finalmente Bertrand Russell. Las tres notaciones de estos grandes lógicos y matemáticos las hemos expuesto en la medida que nos han sido necesario.

CAPITULO I

1.- EL PROBLEMA DEL LENGUAJE EN EL FORMALISMO LOGICO

Nuestro tema es la lógica, una forma de lenguaje. Partiremos, para este propósito, de la definición del lenguaje ordinario. En su forma más general, el lenguaje es un medio de comunicación. Este sentido es extraordinariamente explicito en Adam Schaff:

> "El lenguaje es la totalidad de los medios de comunicación que sirven al proceso de comunicación entre los hombres; el signo es una parte de esta totalidad y viene determinado por ella, aunque, por parte, la condiciona también". (1)

Aquí, en este texto, Schaff toca dos términos <u>comunicación</u> y <u>signo</u>, hoy centro de estudio de varias ciencias. Tanto que está en el centro del estudio de las más sofisticadas disciplinas que hasta en las universidades

---

(1) SCHAFF, Adam. <u>Ensayos Sobre Filosofía del Lenguaje</u>, p. 33

hay programas de las ciencias de la comunicación, cuyo nervio parece ser el signo. Es, pues, un vasto campo de investigación el de la comunicación y el signo. La biología, la psicología, la lingüística, las artes han hecho centro de su estudio al signo como el vehículo de la comunicación. Sin desconocer lo importante que son estos estudios, el presente trabajo se circunscribe más bien a un campo más específico, sin dejar por esto de señalar el papel básico que juega en todo lenguaje y por esto lo vinculamos, en su parte más general, con el lenguaje ordinario y científico; pero no tocamos los aspectos biológicos y psicológicos de suyo importante , pero que exigen ciertas especificaciones.

El lenguaje ordinario es un medio que permite la comunicación entre los integrantes de una comunidad, que hace posible su relación en todos los aspectos de la vida entera. El lenguaje hace posible la vida de relación. Con él se expresan ideas, deseos, emociones; se hacen súplicas, se transmiten órdenes.

El lenguaje es sistema de signos con que se entiende una comunidad. Y el signo se ha ido estudiando en su compleja como importante estructura. Grosso modo se puede decir que los signos del lenguaje son las palabras, aunque tengan el rasgo de vaguedad que ha señalado, por ejemplo , Bertrand Russell. Para este gran lógico británico las palabras son signos vaguísimos. No se sabe, en realidad, el referente preciso del signo. De ahí la pretensión de formar o construir lenguajes artificiales, perfectamente formalizados. Antes, sin embargo, de tocar el signo como parte del tema de nuestro trabajo, veremos algo sobre las funciones del lenguaje.

La misión central del lenguaje es la comunicación. Sin embargo, esta comunicación no es lineal. Por eso, se le ha distinguido funciones específicas: una función informativa, una función expresiva y una función operativa o activa.

El lenguaje cumple una función informativa cuando describe un conjunto de hechos o acciones humanas que se dan en la realidad. La información que transmite puede ser verdadera o falsa. Tiene la pretención, en esta función, de comunicar verdades. Decir, por ejemplo, "La luna es un satélite" es una oración en función informativa porque afirma que hay algo que se llama <u>luna</u> y es un satélite. O decir "El sol no es una plan ta" es también una oración informativa porque nos dice que algo llamado sol, que no es una plan ta. El lenguaje de las ciencias es un lenguaje en función informativa, puesto que lo que las ciencias comunican pretende ser una información del modo de ser de la realidad. Cuando la física nos dice que "El calor dilata los cuerpos" nos está comunicando un comportamiento de los cuerpos en relación con el calor, y esto se puede verificar.

No todo lenguaje es informativo, lo sabemos. Cumple también una función expresiva. Cuando le decimos a alguien: "Que te vaya bien", "Que regreses pronto". Y es el lenguaje de la poesía. Y esta apunta a otro valor: la belleza. En la poesía no tendría sentido la verificación. Sería absurda cualquier verificación. Tal resultaría en un poema como el siguiente:

La sombra que avanza
de pronto, ahora tira
una estrella en el río;
y el astro en el agua
dibuja una araña brillante
que cuelga de un leve y
fantástico hilo

Es esta, pues, la función expresiva del lenguaje. La tercera función del lenguaje es la función operativa o activa. Con el lenguaje, influimos, sugerimos, ordenamos, mandamos. "Deje ese trabajo", "No insista en ese asunto", "marchen". "desfilen", "Devuélvame eso a la vuelta de correo". Todas estas frases no dicen nada que tenga que ver con la verdad ni con la poesía. Son frases que tienen que ver con acciones que hay que cumplir y realizar. Sería un absurdo pensar en verificar la verdad o falsedad de ¡marchen¡, por ejemplo.

De las tres funciones anotadas del lenguaje, sin embargo, para nuestro trabajo sólo interesa la función infor mativa, que es el lenguaje de la oración y tiene que ver con la lógica.

1.1.- EL LENGUAJE CIENTIFICO

El lenguaje científico tiene características propias frente al lenguaje ordinario. En primer lugar, es un lenguaje exclusivamente descriptivo. En segundo lugar, es un lenguaje especializado. En tercer lugar, es un lenguaje preciso o en todo caso, más preciso que el lenguaje ordinario. En otros términos, el científico tiene que objetivizar sus conocimientos por medio de signos que pueden ser percibidos y entendidos por todos los que desean saber. En este ~~sentido~~ lenguaje facilitará la comprensión de lo que quieren comunicar los científicos.

> ".... la comunicación del pensamiento personal en conocimiento científico va acompañado por la representación del primero con la ayuda de un conjunto de señales materiales convencionales (signos) que pertenecen a uno o más lenguajes. Nuestro acceso al conocimiento tiene, por tanto, lugar a través de conjuntos de signos artificiales arbitrarios para transportar ideas, más que sentimientos, como es el caso del lenguaje artistico" (2)

---

(2) BUNGE, Mario. La Investigación Científica, p. 65

El lenguaje ordinario, lo dijimos, es descriptivo, operativo y expresivo. Con él decíamos algo de la realidad; podemos mandar a que alguien haga algo o podemos dar cauce a una emoción. Frente a esta situación, el lenguaje científico se limita a decirnos sólo lo que la realidad es. La ciencia pretende decir lo que es la realidad, cómo es, cómo funciona. El lenguaje que emplea esta ciencia apunta, pues, a esta función: describir la realidad. Todos sus signos, todos sus arreglos, apuntan a esta dirección: Presentamos la realidad tal cual ella es. El lenguaje científico, en este sentido, es un lenguaje descriptivo o, como decía Salazar Bondy, constativo. Este lenguaje registra o pretende registrar la esencia de la realidad y lo expresa en proposiciones.

> "... llamamos a estas proposiciones 'hipótesis científicas'. Por tanto, una hipótesis científica es una proposición general acerca de las cosas de cierto tipo; y es una proposición empírica en el sentido que cabe someterla al contraste de la experiencia: Esta es pertinente a la cuestión acerca de que si la hipótesis del caso es verdadera o no, esto es, si se trata o no de una ley científica" (3)

---

(3) Ibidem p. 19

Esta característica descriptiva del lenguaje cientí - fico lo lleva a asumir una segunda característica: la es- pecialización o la introducción de un lenguaje especiali - zado:

> "Toda ciencia construye un lenguaje artificial propio que contiene signos tomados del lenguaje ordinario, pero se caracte - riza por otros signos y combinaciones de signos que se introducen junto con ideas peculiares de esa ciencia". (4)

A su vez el lenguaje científico se circunscribe a un sector o una región de objetos. Por ejemplo, el lenguaje del físico se especializa en fenómenos de la naturaleza. Sus términos se refieren a conceptos como masa, movimien - to, fuerza, energía, átomo, estos conceptos son recogidos en un lenguaje muy bien especificado, muy bien definido. Otros términos, con otras especificaciones, aparecerán a la ciencia económica. Aquí hay otros conceptos: produc - ción, productividad, circulación, consumo, etc.. En rea - lidad, la especialización del lenguaje científico resulta evidente. Lo importante es que

> "una teoría científica es un sistema de- ductivo en el que se sigu en lógicamente consecuencias observables de la conside -

---

(4) Ibidem p. 65

ración conjunta de hechos y el conjunto de hipótesis fundamentales del sistema" (5)

Entonces, un sistema científico, su especialización convierte, al lenguaje en un lenguaje más preciso. La especialización limita, pero precisa a los términos y a los conceptos. En el ámbito de un sistema científico, los términos ya no se les puede usar a gusto, como suceden en lenguaje ordinario; tiene que restringirse resueltamente el uso, con el propósito de ser preciso. Esta característica de la precisión va unida a la naturaleza de la ciencia; que es su generalidad. Toda ciencia trata de lo general dentro de su ámbito restringido que se mueve, sean fenómenos, animales, o hechos sociales.

1.2.- EL LENGUAJE LOGICO

El lenguaje es un sistema de signos. El lenguaje ordinario, por ejemplo, es un sistema de signos con que se entiende una comunidad. El español es un lenguaje ordinario y con él se entiende toda la comunidad hispánica, los españoles, los argentinos, los colombianos, los filipinos. El lenguaje ordinario, como sistema, maneja signos y reglas de comunicación de esos signos. Hay, pues,

---

(5) Ibidem p. 19

signos y hay reglas. Diríamos que los ejes de todo lenguaje son: sus elementos constitutivos o signos y sus elementos de combinación.

El lenguaje lógico es también sistema de signos, con una diferencia importante. Sus signos son precisos, unívocos y sus reglas son rígidas, sin excepciones. Ciertamente es más restringido y hasta especializado y en algunos casos de poco uso, tanto que algunos lo llaman lenguaje artificial. El lenguaje lógico, en este sentido es construido, desde ciertas pautas convencionales, por así decirlo. En tanto sus signos son perfectamente definidos y sus reglas precisamente especificadas. Es un lenguaje perfecto. Un examen de sus signos y de sus reglas nos permitirá ver estos signos característicos de este lenguaje.

Sin embargo, antes de entrar al estudio de las características de este signo del lenguaje lógico, vamos a hacer una referencia a la teoría de los signos en general, tan estudiados en estos últimos tiempos.

El signo es la célula del lenguaje, de todo lenguaje. Conviene por esto decir algo sobre los caracteres generales de todo signo. En principio, todo signo es representación de algo que no es el mismo (6). El signo represen-

---

(6) ULLMANN, Stephen. Semántica Introducción a la Ciencia del significado, p. 18 y ss.

ta algo. Este algo puede ser algo de lo más variado. Tanto que hay una multiplicidad de signos. Para señalar algo muy corriente, tomemos las señales de circulación vial de una ciudad. Los hay gráficos, como las flechas, las líneas rectas, curvas, rectas paralelas. Las hay, también luminosos, la luz roja, la luz verde, la luz naranja. Todos estos signos son en realidad representaciones de disposiciones de tránsito, de reglas muy precisas de circulación de vehículos motorizados y de tránsito de personas . Hay otros signos o símbolos muy corrientes y de significación muy comunitaria: el signo de luto, por ejemplo, el negro, o el blanco.

El signo ha sido muy estudiado, particularmente, el signo lingüístico. Se ha distinguido en él, el significado y el significante, el contenido y el continente. Todo signo tiene, pues, que ver con dos elementos, cuando menos: el signo y la cosa representada.

En este respecto, conviene señalar algo sobre la larga historia y el laborioso trabajo que ha constituido esta separación entre el signo y la cosa signada. Es de recordar, por ejemplo, que en la primitiva Grecia no se separaba entre cosa y signo. Signo y cosa eran lo mismo. Decir "piedra" era tener la piedra misma. Debió parecer muy curioso descubrir que el objeto llamado piedra, se pudiera decir con distintos signos en diversos idiomas: en inglés, stone, en aleman, Stein, Esto fue una verificación sorprendente de cómo entre el signo y la cosa no hay tal vinculación esencial. A fin de cuentas, esta verificación venía a demostrar que todo signo es convencional, en el sentido muy particular que tiene en el lenguaje el término "convencional". Como dice Popper, no hay vinculación o relación esencial entre los términos ingleses o signos del idioma inglés y las Islas Británicas. Los signos del idioma ruso y la Unión Soviética, añadiríamos nosotros.

En un segundo momento, sin embargo, no se piensa entre signo y cosa sino entre signo y concepto o entre signos e ideas. Es decir, ya no se vio que el signo se referiría directamente a la cosa sino a la representación, fuera concepto o cosa.

Es importante recordar, por ejemplo que ya en el empirismo inglés, específicamente Berkeley, le echaba la culpa al lenguaje a los signos del lenguaje de los errores presentes en teoría del conocimiento. También, es importante, recordar que en este análisis de signo y cosa signada, se logró descubrir signos sin cosas, nombres sin qué haya a qué referirse. Aquella tesis de los nominalistas que los conceptos generales o ideas generales son solamente nombres. Materia es un nombre solamente. Sustancia es un nombre también.

Por otra parte, la teoría de los signos y de los símbolos no es reciente. Viene desde los griegos. Pero, como una teoría rigurosa, exacta y precisa, es de estas últimas décadas. Y se le conoce corrientemente como semiótica. Es decir, la semiótica es una teoría de los signos. En esta se han distinguido tres ramas: la semántica, la sintáctica y la pragmática. La primera estudia el significado de los signos; la segunda trata de las combinaciones de los signos y la tercera estudia su origen, usos y efectos dentro del comportamiento en el que ocurren (7).

<u>Prima facie</u>, el signo lógico, en sus rasgos más generales, se ubica en la semántica. De primera intención, el signo lógico lo vamos a ver en relación con otros signos que estudia la semántica. Y a este respecto nos parece conveniente enmarcarlo en la clasificación de los signos que trae Ullmann.

1.3.- <u>CLASIFICAION DE LOS SIGNOS</u>

Ull mann clasifica los signos según cuatro criterios, que suponemos no son los únicos; pero que adoptamos porque nos permiten señalar con cierta precisión algnunos rasgos característicos del signo del lenguaje lógico. Son criterios por la intención con la cual se diseñan los signos ; por la relación entre los mismos signos; por la semejanza con las cosas a que se refieren y por la relación con las

---

(7)MORRIS, C. Signs, Language and Behavier, pp. 217 y ss. (citado por S. Ullmann, Semántica, p. 18).

cosas.

Por la intención los signos se clasifican en signos intencionales y signos no intencionales. Son intencionales los signos que se crean con propósitos definidos, que es el caso de los signos de los lenguajes ordinarios, que se van produciendo o creando con el propósito de comunicarse. Son signos intencionales, también, las señales de tránsito, el alfabeto morse, el alfabeto de Braille. Todos estos signos tienen finalidades concretas y por eso son intencionales. En cambio, son no intencionales o aintencionales los que tienen un origen eminentemente social o ligados a las costumbres. Por ejemplo, el rubor o el sonrojarse que se convierte en el signo de haber sentido vergüenza o estar en una situación embarazosa. O como el color negro que parece que anuncia algo siniestro. Está unido a cosas o fenómenos que indican muerte o desgracia. En este grupo de signos pueden colocarse los signos de superstición. Tal el caso de cantos de ciertas aves que supuestamente anuncian desgracia, muerte. Así se dice de los búhos, de las lechuzas. Son signos aintencionales que la sociedad los va incorporando sin el propósito definido que sí lleva el signo intencional.

Por la relación entre los mismos signos, Ullmann los clasifica en signos sistemáticos y signos no sistemáticos. Los primeros son aquellos que ofrecen el aspecto de un sistema, es decir, de un conjunto, en el cual todos los signos están jerarquizados, organizados, íntimamente li -

gados, conforme a ciertas reglas y principios. En el sistema de signos no hay elementos sueltos. Todos están determinados en el conjunto. Las palabras de los lenguajes ordinarios están determinados todos. O son sustantivos, adjetivos, pronombres, artículos, o preposiciones. Para tomar cualquier palabra, por ejemplo, 'azul'. Esta es un adjetivo. O 'arbol' es un sustantivo. O 'beber' es un verbo. Las palabras son, pues, signos sistemáticos; pero son sistemáticos, también, los signos de tránsito. Los segundos o no sistemáticos son los que se van creando, por así decirlo, por acumulación y sin la pretensión de sistema. En este caso, están los gestos, los ademanes. Por ejemplo, el enarcar las cejas como signo de asombro, los gritos de terror, los movimientos de las manos, sea para indicar acercamiento o alejamiento, el juntar las manos, como actitud de recogimiento, etc..

Por la semejanza con las cosas a que se refieren, se clasifican los signos en icónicos y convencionales. En los primeros están los signos que pretenden reproducir las imágenes de las cosas. Entre estos tenemos las fotografías, los retratos, los mapas, las cartas geográficas. El signo quiere ser o pretende ser una imagen de la cosa signada. En los segundos o convencionales desaparece tal pretensión, es decir, son signos que representan o se refieren a las cosas sin la intención de reproducirlos a la manera de imágenes. Y esto resulta muy claro, sobre todo, cuando se comparan las palabras de los distintos idiomas . Por ejemplo, 'libro', en español; 'book' en inglés; 'Buch', en alemán. Es obvio que tres signos diferentes se refieren a la misma cosa libro. En estos términos, las comunidades lingüísticas española, inglesa, alemana, han "convenido" cada una por su cuenta en llamar a un cierto objeto con un cierto signo. Aquí resulta claramente la diferencia que hay entre signos convencionales y signos icónicos. Si el signo lingüístico fuera icónico tendríamos un único idioma universal.

Por último, según el cuarto criterio de Ullmann por la relación de los signos con las cosas, se clasifican en originales y derivados. Los signos originales son los que se han referido directamente a las cosas y los derivados son los que provienen de los originales. Esto se ilustra bien con la historia de la escritura y el lenguaje hablado. Esto pretende ser una reproducción directa de las cosas y luego la escritura quiere reproducir los sonidos. En la historia de la escritura, por otra parte, se advierte que en un comienzo quiso ser icónico, es decir, representar mediante imágenes las cosas. Así se dice "los jeroglíficos egipcios eran pinturas que representaban los objetos y no sus nombres" (8).

---

(8) Op. cit., p. 21

Después de esta presentación, muy sumaria, de la teoría del signo, podemos determinar en una primera aproximación, los rasgos más generales del signo del lenguaje lógico ,ateniendonos a la clasificación de Ullmann.

Según tal clasificación, el signo del lenguaje lógico es intencional, sistemático, convencional y derivado. Es intencional porque cumple propósitos precisos de los creadores de los diversos sistemas lógicos. Es sistemático porque cada signo ingresa en la lógica con una determinación muy precisa. Cada signo es un elemento del conjunto o del sistema respectivo. Todos sus signos están ligados. Es convencional porque no obedece a ninguna disposición especial que venga o provenga de alguna parte. Cada lógico, cada creador lógico, inventa su notación siguiendo sus propias investigaciones y preferencias, que la única explicación que puede dar es porque así conviene y lo entenderán los que se enteran de tal convención. Por último, el signo del lenguaje lógico es derivado, puesto que se ha servido de los sistemas de signos existentes, sean letras, sean símbolos u otros signos, sean alfabetos de lenguas ordinarios, vivos o muertos, o alfabetos de comunicación inalámbrica. En este sentido, el lenguaje lógico o mejor su signo es derivado y quizá derivado de derivado.

1.4.- EL SIGNIFICADO Y EL SIGNO COMO PURA FORMA

El signo lógico, en una primera aproximación, hemos dicho, es intencional, convencional, sistemático, derivado. Sin embargo, para una mejor determinación, debemos verlo en su relación con el significado. A este respecto, tenemos que enfrentarnos con el significado del "significado". ¿Qué significa el "significado"? y en esta parte hemos de guiarnos por Christensen, en su libro "Sobre la Naturaleza del Significado"

> "La tesis de esta obra -nos dice- es que el significado de una expresión corresponde a la capacidad de ésta para representarse legítimamente donde y cuando -sólo donde y cuando- está presente algo específico de especie no lingüística, sea un objeto, una propiedad, una relación, una situación, o lo que quiere que sea" (9)

Por lo pronto en primer lugar, el significado viene, por así decirlo, alojado en el signo, o referente, o expresión. Esto es, el significado no se puede presentar sólo sino siempre encarnado o incorporado en una expresión o signo o referente. En este sentido, el significado está en cierta manera atado o amarrado al signo o expresión. Esto es tan cierto que algunos han considerado que el sig-

---

(9) CHRISTENSEN, N.E. Sobre la Naturaleza del Significado, p. 28

no y el significado se dan siempre unidos. Como se verá en seguida, esto no es del todo cierto. El significado se lo puede pensarse separado del signo y éste puede concebir o entender como vacío de significado. Es decir un signo de pura forma, un signo vacío, al que se ha llamado significante. En segundo lugar, el significado es un poder o una capacidad de la expresión o signo para evocar o para presentarse cuando aparece algo específico de especie no lingüística. Consecuentemente, en tercer lugar, el significado tiene que ver con entidades no lingüísticas, que pueden ser objetos, sillas, mesas, flores, luces; propiedades como amabilidad, cortesía, grosería, prudencia; o una relación de analogía, por ejemplo o cualquier otra cosa.

En resumen, el significado viene siempre incorporado en una expresión o signo, puede evocar o presentarse donde hay cosas no lingüísticas, y estas cosas no lingüísticas pueden ser de las más variadas.

Todo esto, sin embargo, en forma preliminar. Porque el significado es independiente del signo, diferente del signo en un sentido especial. Se habla, por ejemplo, de significados vacantes, es decir, significados que todavía no tienen expresión o no tienen signo. Se daría el caso cuando se inventan cosas que no tienen nombre. Son cosas que crean significados que todavía no tienen signo. Son significados vacantes. Estos significados vacantes se cubren cuando crean los signos o expresiones correspondientes.

Esto lo ejemplifica Christensen (10) con la analogía de los signos con los oficios o funciones que cumplen las personas. Hay oficios vacantes hasta que se cubran con las respectivas personas, o profesionales o artesanos. El oficio deja de ser vacante cuando es cubierto y le es indiferente al oficio que el oficial sea X o Y o Z persona. De igual manera, un significado vacante puede cubrirse con tal o cual signo; por ejemplo, el invento del libro creó un significado vacante y el signo que cubrió esta vacancia fue variando según el idioma libro, "Buch", "livre".

Esto es importante para señalar que el significado no nace atado por naturaleza con el signo. Esto es en realidad convencional. Y como convencional que es el signo se puede libremente, fácilmente, despojar, por así decirlo, de su significado y quedarse en pura forma, sin interesarle para nada qué significado le convenga y que es lo que ocurre realmente con el signo lógico que es en cierta manera un signo vacío, sin contenido, pura forma, libre para recibir cual quier contenido. No obstante, naturalmente, hay el debate abierto acerca de si el significado tiene naturaleza lingüística o extralingüística.

Se ha dicho que es lingüística si condideramos el significado dependiente del signo y que es extralingüística si consideramos el significado independiente del signo.

---

(10) op. cit., p. 20

A este respecto tenemos la opinión de Chürch que, en dos obras diferentes, considera el significado como de naturaleza lingüística en una y como de naturaleza no lingüística en otra. Y conviene al respecto señalar que Chürch considera de naturaleza no lingüística el significado en Introduction to Mathematic Logic. Es decir, se advierte que en los tratados de lógica matemática se considera el significado como de naturaleza no lingüística y que es el que en realidad predomina en la lógica. A la lógica no le interesa mucho los significados. De ahí su formalismo.

El carácter formal o puramente vacío del signo lógico se puede mostrar con el ejemplo que trae Christensen del oficio y el funcionario. Es perfectamente concebible o pensable oficios sin funcionarios, es decir, oficios -nosotros diríamos cargos- vacantes, que no tienen funcionario, que están dispuestos o abiertos para cualquiera que tenga la facultad o el poder de desempeñarlos. Puede ser una persona X o una persona Z o una persona N. Pero mientras la persona X o la persona Z o la persona N no cubran el cargo, éste está vacante o está vacío.

En el signo lógico ocurre algo semejante. Es un signo abierto, dispuesto a recibir cualquier contenido. Este contenido puede ser el más variado, pero así como en el oficio el funcionario debe reunir determinadas condiciones o capacidades para ocuparlo, porque de lo contrario no podría hacerlo; pongamos, por caso, cualquier persona no pue de ser Juez de primera instancia, puesto que es condición ser abogado en ejercicio durante cierto tiempo; así el contenido del signo lógico debe reunir las condiciones que exige la fórmula o sea el lugar que ocupa en éste. Pongamos una fórmula pv-p, cuyo signo p es vacío y por tanto podemos, por así decirlo, llenarlo o adscribirle cualquier contendio que tiene que ser el mismo en todos los casos en que aparezca p. Así, podemos decir para p = Juan es peruano, en la fórmula pv-p, tenemos que entender como o Juan es peruano o Juan no es peruano.

Pero a p, podemos adscribirle otros contenidos por ejemplo: Luis es argentino o Luis no es argentino

Esta ciencia es álgebra o esta ciencia no es álgebra
El sol es un astro o el sol no es un astro
El ejército venezolano es fuerte o no es fuerte,

etc.

Esto nos muestra que los signos lógicos, sean los de variables o sean los de constantes, son vacíos y que están abiertos o dispuestos para cualquier contenido. Son signos de pura forma, por eso, formales. Por esto, la lógica resulta un lenguaje formal. Es decir, un lenguaje de fórmulas o de complejos de fórmulas, que estando perfectamente ensamblados pueden constituir teorías y en este caso explicar aspectos de la realidad.

Ahora bien, las fórmulas se construyen o se constituyen de dos tipos de signos, llamados unos variables y otros conectivos u operadores. Se les ha llamado a los operadores signos sincategoremáticos, que quiere decir que son signos que no significan sino cuando están con otros signos (en este caso son de variables) y que cuando están sólo no significan nada. Tales son los signos $\sim$, $\vee$, $\wedge$, $\supset$, $\equiv$, $\not\equiv$. A los otros signos, se les ha denominado categoremáticos, es decir, que valen sin necesidad de compañía. Si hablamos de nuestra gramática castellana son categoremáticos el sustantivo, el adjetivo, etc. son signos que valen por sí mismos.

Estos dos tipos de signos, categoremáticos y sincategoremáticos son, por así decirlo, los elementos básicos del lenguaje formal o lógico, y con ellos se constituyen o construyen las fórmulas conforme, o de acuerdo, a ciertas reglas muy precisas, que se llaman reglas de formación. Con estas reglas de formación, con las que manipulamos los signos, construimos lo que se llama fórmulas bien formadas (fbfs). Pero a su vez estas fórmulas bien formadas pueden transformarse en otras fórmulas, también, siguiendo u obedeciendo a reglas muy precisas, que se llaman reglas de transformación.

Esto quiere decir que con los signos, las reglas de formación y las reglas de transformación, se pueden construir un sistema de fórmulas bien formadas, perfectamente ensambladas, es decir, en un lenguaje puramente formal. Y así se convierte la lógica en una ciencia exacta, que fue buscada, como dice Carnap, (11) por matemáticos y lógicos durante más de un siglo.

1.5.- NECESIDAD DEL FORMALISMO

La lógica, que ha llegado al nivel de ciencia exacta, en la cual sus reglas de cálculo son definidas con toda precisión, ha necesitado que disponga de un aparato o de un juego de "símbolos" en el sentido que usa Carnap. Dice él que símbolo equivale en inglés a Character, y que en este caso equivale a grafía o la forma de la letra. Nosotros diríamos caracteres griegos, o latinos, o chinos refiriéndonos a la forma de las letras. En este sentido, símbolo equivale simplemente a rasgo escrito. Y esto es lo que dice Carnap: "El término "símbolo" en lo que sigue tendrá el mismo significado que la palabra "Character". No se asumirá que todo símbolo posee un significado, o que designe algo" (12); es decir, símbolo es igual a rasgo gráfico. Como rasgo gráfico no tiene de primera intención ningún significado. Es solo eso: forma gráfica, pura forma.

(11) CARNAP, R.. The Logical Syntax of Language, p. XIII.
(12) op. cit., p. 5

La lógica ha necesitado, para avanzar tanto en la precisión de las reglas de formación y de transformación como en la configuración de los elementos básicos, del lenguaje formal, o sea del formalismo. O sea para la lógica, el formalismo no es un mero artificio, ni es un afán de sofisticar las cosas. El formalismo para la lógica ha sido y es una necesidad básica para su propia constitución o constucción. Porque sólo una lógica, con un lenguaje preciso, puede formar sus teoremas y sus sistemas. Por eso, su formalismo.

Ha sido un problema ya distinto por qué símbolos comienza. No todos los lógicos han tratado de usar los mismos símbolos o los mismos rasgos gráficos, aunque todos estaban de acuerdo en lo formal. Además, ha sido una cuestión de criterio de comodidad para el cálculo. A alguno les parecía o les parece que unos símbolos son más fáciles de manejar que otros. Aunque en esto no concuerdan todos. Unos prefieren unas formas y otros otras. Pero en lo que todos están de acuerdo es en que si la lógica tiene que ser lógica, tiene que ser formal.

El formalismo de la lógica permite dos cosas cuando menos. Por un lado, se puede, partiendo de elementos convencionales, construir expresiones bien formadas o fórmulas bien formadas mediante las reglas de formación y con estas fórmulas, con la ayuda de las reglas de transforma -

ción, se pueden construir verdaderos sistemas o teorías. Pero, por otro lado, se puede construir varios sistemas o sistemas formales. Lo único que interesa es la elección de los elementos básicos y la obsevancia precisa de las reglas que se fije el propio sistema; se puede construir, pues lógicas para todos los mundos posibles. Aquí en el formalismo está vivo el propósito de Leibniz de encontrar una ciencia universal válida para todos los mundos posi - bles. En el capítulo siguiente veremos cómo lógicos de la talla de Russell o Frege han dejado sus propias nota - ciones.

CAPITULO II

2.- EL FORMALISMO COMO CALCULO

2.1.- LA IDEA DE LENGUAJE UNIVERSAL EN LEIBNIZ.- Calcular es operar; pero operar conforme a reglas precisas con signos también precisos. El calculista maneja un conjunto de signos, los cuales combina con reglas muy precisas.

Esto se ve o se ha visto en matemáticas. Tanto que se ha considerado como que fuera propio solamente de las matemáticas el cálculo. Sin embargo, el cálculo, como conjunto o sistema de reglas o convenciones, ya no es sólo de las matemáticas, sino es consustancial a la lógica actual. En esta lógica, también, se realizan operaciones precisas de acuerdo a reglas muy bien definidas. Es decir, en la lógica moderna o actual o matemática se calcula. Se realizan operaciones algorítmicas. El algoritmo es, en realidad, cálculo que nos lleva mediante operaciones o mejor "una secuencia finita de ciertas operaciones fundamentales" (13)

---

(13) FERRO, Juan B., "Lógica y Procedimientos Decisorios" en Lógica, Aspectos Formales y Filosóficos, p. 47

a la solución de un problema. Todo esto con un lenguaje simbólico, invención de Frege y lógicos de este siglo.

Este lenguaje simbólico, que puede ser manejado como se ha manejado las matemáticas, fue el sueño de Leibniz; pero que no pudo realizarlo. Leibniz tuvo la idea precisa de que se podía, teniendo los signos o los símbolos que representasen a los conceptos más simples, construir un lenguaje universal, Lengua sive characteristica (14), la cual con su respectiva sintaxis y reglas de introducción de nuevos signos lograría constituirse en una ciencia universal, Mathesis Universalis. No obstante, la claridad con que entrevió esta ciencia universal como una futura ciencia de símbolos, se quedó en utopía. Hay dos razones por las cuales Leibniz, en realidad, no pudo realizar su idea. Primera, su lenguaje universal, que lo pensaba para calcular toda realidad-ética, física, estética, etc.- no lo desvinculaba de las cosas. Lo consideraba un representante de toda realidad. Propiamente, era un lenguaje de cosas. Segundo, no poseía o no logró inventar tal lenguaje simbólico justamente porque su posición epistemológica esencialista, es decir, que las ciencias representaban las cosas tales cuales son, se lo impidió. La tesis esencialista le impidió el separar el signo de la cosa.

---

(14) THIEL, Christian, Sentido y Referencia en la Lógica de Gottlob Frege, p. 17

Esto es lo que han visto estudiosos de Leibniz. Han considerado que en su idea de Mathesis Universalis, había cosas aprovechables y cosas imposibles o utópicos. Es aprovechable la idea ciencia universal como cálculo; pero es utópico su proyecto de lograr una ciencia que con sólo cálculos o procedimientos casi mecánicos pudiera decidir sobre cualquier asunto del universo.

> "De hecho -dice Thiel- es posble mostrar entonces ciertas partes del programa de Leibniz son realizables y que otros son definitivamente irrealizables en esta interpretación" (15)

2.2.- LA IMPORTANCIA DE FREGE.- Se podría decir sin exagerar que el Einstein de la lógica moderna es Gottlob Frege (1848-1925). No obstante esta singular importancia, Frege ha sido un desconocido en su tiempo, que ni mereció el nombramiento de Catedrático de la universidad de Jena, donde fue profesor de matemáticas y a quien

> "ni siquiera se le concedió una distinción rutinaria que solía otorgarse a todos los profesores al cumplir los 60 años, pues"su actividad académica carecía de interés para la Universidad" según palabras del secretario de la misma" (16).

---

(15) Op. cit. pp. 19-20
(16) GUNTER, Patzig, Sprache and Logic, p. 77 (citado por Jesús Mosterín, en G. Frege, Estudios sobre Semántica, p. 5

Es Frege quien retoma la idea de un lenguaje universal de Leibniz. En otros términos, aprovecha lo realizable del programa de Leibniz como dice Thiel; a pesar de concordar con él en que

> "la relación entre signos ha de ser lo más acorde posible con la de las cosas" (17)

Frege separa, sin embargo, en forma muy clara entre cosa y signo. O entre objeto y signo. Para Frege en la realidad hay objetos y funciones, nada más. Son sus dos categorías fundamentales. Ahora bien, "un mismo objeto puede ser designado por diferentes nombres" (18). Esto significa que el signo es una convención. En esto está absolutamente seguro, tanto que las cosas se pueden representar o simbolizar con letras y barras o trazos. Esto es el gran descubrimiento de Frege, que es posible de construir lenguajes artificiales en la lógica.

2.3.- <u>LA REVISION DE LA DOCTRINA DEL JUICIO</u>.- A su lenguaje, o notación, diríamos ahora, lo llama lenguaje de fórmulas. Y dice expresamente que lo que se propuso fue inventar un lenguaje semejante al de las matemáticas, en el cual "sólo forzadamente se puede distinguir entre sujeto y predicado" (19). Esto, naturalmente, le obligó a revisar la doctrina

---

(17) FREGE, G. <u>Conceptografía</u>, p. 5 (citado por Thiel,op.cit. p. 21)
(18) FREGE, G. <u>Estudios Sobre Semántica</u>, p. 11
(19) FREGE, G. <u>Conceptografía</u>, p. 15

tradicional del juicio, más propiamente a la tabla Kantiana de los juicios.

Kant divide a los juicios en cuatro clases: por la cantidad, en universales, particulares e individuales. Por la cualidad, en afirmativos, negativos e indefinidos; por la relación, en categóricos, hipotéticos y disyuntivos; y por la modalidad en apodícticos, asertóricos y problemáticos. Es a esta tabla la que revisa Frege.

En primer lugar, considera el juicio como un todo, en el cual la distinción entre sujeto y predicado no es importante. En segundo lugar, elimina todos los elementos que acompañan a la comprensión del lenguaje ordinario entre parlante y oyente. Solo le deja el significado del cual pueden derivarse consecuencias definidas. La proposición o juicio es un todo, que puede ser expresado en formulaciones o fórmulas que mantengan el mismo contenido, al margen de cual sea el sujeto o cual el predicado. Así en los ejemplos que pone Frege (20): "en platea derrotaron los griegos a los persas" y "en Platea fueron los persas derrotados por los griegos", no interesa que el sujeto esté primero o después. Lo que importa es la identidad de contenidos. En ambas proposiciones los contenidos son idénticos: la derrota de los persas por los griegos, que puede muy bien expresarse por un mismo signo. El cual a la larga es la función.

---

(20) Loc. cit.

Por otra parte, sobre la tabla misma de los juicios hace una simplificación importantísima. Revisa clase por clase los juicios. De los juicios de cantidad, sólo deja los juicios universales y los juicios particulares, cuya distinción, dice, sólo puede hacerse por el contenido.

> "Se debería -afirma- decir: "un juicio con contenido universal","un juicio con contenido particular". es decir, estas propiedades corresponden al contenido, aun cuando éste no se ponga como juicio sino como proposición" (21)

De los juicios por la cualidad, se queda solamente con los afirmativos y negativos; elimina los indefinidos. De los juicios por la relación dice que más responde a una clasificación gramatical que lógica; prácticamente los elimina. Finalmente, sobre los juicios de modalidad dice que, como que tiene que ver con el ponente del juicio y no con el juicio mismo, prácticamente es una distinción que no se registra en su lenguaje de fórmulas, que tiene que ver con pensamientos formulados en proposiciones. Lo que interesa es lo que esté expresado y no lo que esté representado en la mente. Como se señala más adelante el lenguaje de fórmulas se maneja con pensamientos y no representaciones. La diferenciación de juicios por la modalidad, en realidad, queda eliminada de su lenguaje.

(21) op. cit. p. 16

Por la importancia que Frege da al contenido de los juicios su teoría lógica se halla íntimamente relacionada con su semántica. Por eso, ha sido su preocupación por separar, con la máxima precisión, el objeto, el signo y la representación psicológica, que pueden acompañar a uno u otro. En esta dirección ya apareció una distinción entre los estoicos; por eso, parece importante señalar sus aclaraciones sobre sentido y referencia.

2.4.- <u>SENTIDO Y REFERENCIA</u>.- Frege estuvo interesado en la exactitud de las inferencias o mejor de las cadenas de inferencias, en las cuales, decía él, encontraba lagunas, y que estas lagunas eran producto del lenguaje. Consideraba él que la lógica tradicional se encerraba en dificultades porque se servía del lenguaje común y su gramática. El lenguaje común le parecía un medio muy útil, pero con algunas trampas. Hay una comparación muy gráfica que hace entre el lenguaje común y el ojo, por un lado, y su lenguaje de fórmulas y el microscopio.

Dice que el ojo es un órgano extraordinario. Sirve en una y mil ocasiones. Se acomoda, se adecúa, se adapta a las situaciones diversas, de mayor o menor luz. En toda ocasión está listo para acomodar sus partes para el cumplimiento de su función, para la visión. Frente a él, el ojo, el microscopio es limitado, muy limitado, pero con una función muy específica que el ojo no puede cumplir. Es verdad, reconoce, que el campo de acción del microscopio es muy reducido y que no sirve para todas las cosas que sirve el ojo, pero que, sin embargo, en lo que es de su incumbencia el ojo se queda atrás, el ojo resulta incompetente.

Igualmente siguiendo la comparación al lenguaje (que sería el ojo) es muy rico en sus usos. Sirve para muchas cosas. Con él, se pueden hacer y expresar las cosas más variadas y las más disímiles. Para todo se adecúa el lenguaje. En cambio, su lenguaje de fórmulas, su conceptografía (que sería el microscopio) reduce su función. No es tan amplia como es la del lenguaje común. Pero sí es precisa. Aunque su empleo se reduce a características generales de las cosas, porque no trata de cosas particulares, es, sin embargo, como el microscopio en cambio de la más exacta utilidad y precisión. Su lenguaje de fórmulas -o conceptografía o ideografía como han traducido otros- cumple, pues, una precisa función: Hacer que en las cadenas de inferencias no haya lagunas.

Su conceptografía, propiamente, es un instrumento expresamente construido, como el microscopio, para fines muy precisos, para el manejo de las fórmulas y demostraciones de la lógica y la aritmética. Su comienzo es, hasta si se puede decir, hasta modesto; pretende solamente salvar las lagunas de las cadenas de la lógica pura y la aritmética.

Naturalmente, esto lo llevó a hacer distinciones lógicas y semánticas. Por ejemplo la distinción entre, signo, sentido y referencia a que ya hemos aludido, que lo llevan a una y otra ampliación de sus descubrimientos. A este respecto, es importante el Artículo Sentido y Referencia.

El problema que se plantea Frege es la naturaleza de una <u>igualdad</u>. Se pregunta si la igualdad es una relación, y si es una relación, qué clase de relación. O es una relación de signos de objetos. Su respuesta es que es una relación y una relación de signos de objetos.

Por otra parte, deja claro que a un objeto puede corresponder un signo o infinidad de signos. Para poner un ejemplo al objeto piedra le pueden corresponder o de hecho le corresponden tantos signos como idiomas hay en la tierra: <u>stone</u> (en inglés), <u>Stein</u> (en alemán), <u>piedra</u> (en español), etc.; y también lo podemos representar en una (-).

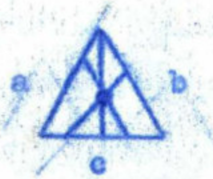
Además, señala algo que es importantísimo para Frege. Señala el sentido en que se da el signo con el objeto o lo designado o la referencia, como llama él.

> "Es natural -dice Frege- considerar entonces que a un signo (nombre, unión de palabras, signo escrito), además de lo designado, que podría llamarse la referencia del signo, va unido lo que Yo quisiera denomi-

nar el sentido del signo, en el cual se halla contenido el modo de darse"(22).

El sentido del signo se halla en el modo de darse este signo, que puede ser sobre el mismo objeto y en más de un modo. Esto quiere decir, también, que puede haber muchos sentidos del mismo objeto o de la misma referencia . Hay, pues, una distinción entre signo, sentido y referencia.

Frege pone dos ejemplos. El primero en el cual la referencia es un punto de intersección, de las tres bisectrices que se cruzan en el centro de un triángulo y que parten de sus lados.



La referencia es el punto de intersección de a y b y de b y c. Los signos son "<u>intersección de a y b</u>" e "<u>intersección de b y c</u>". El sentido de ambos signos tiene la misma referencia; pero no el mismo sentido. El sentido del punto como "intersección de a y b" son distintos.

El otro ejemplo es del planeta Venus, que siendo el mismo, la misma referencia puede tener sentidos diferentes según se diga "lucero matutino" o "lucero vespertino". El sentido de "lucero matutino" es distinto porque está relacionado con su visión en la madrugada y de "lucero ves-

---

(22) FREGE, G. <u>Estudios Sobre Semántica</u>, p. 51

pertino" está tomado en el atardecer. La misma referencia puede, pues, tener diferentes sentidos y diferentes signos.

El sentido de las palabras como signos es el significado corriente, el significado común. Porque dice Frege que el sentido es objetivo, es decir, que es común para todos los que tengan acceso a él. El sentido no es nada subjetivo. Subjetivas son las representaciones que se asocian a Bucéfalo un artista, un jinete o un zoólogo serán subjetivas; pero no su significado o sentido. El sentido es, pues, objetivo, en tanto signifique que es intersubjetivo.

También, pone un ejemplo, para distinguir el sentido de la representación como subjetiva.

Se pone como referencia la luna, como sentido la imagen que se tenga de esta luna en la lente de un telescopio y como representación la imagen en la retina. La imagen que deje la luna en la lente del telescopio es objetiva porque todos la pueden ver de la misma manera: en cambio, no todos pueden tener la misma imagen en las retinas o en todo caso esto es difícil de comprobar. El sentido se parece a la imagen del telescopio y es objetivo y la representación se parece a la representación retiniana y por eso es subjetiva. No se confunde sentido con representación.

Hay, pues, una distinción clara entre signo, sentido y referencia. Frege va a trabajar con los signos; pero sin dejar de tener en cuenta que tienen en última instancia su referencia. Los signos o su lenguaje de fórmulas se refieren, pues, en última instancia, a objetos sólo que la arbitrariedad del signo le permite hacer su conceptografía o lenguaje de fórmulas.

2.5.- LA NOTACION DE FREGE

La lógica es una forma de lenguaje. Este es característico en Frege que llama a su conceptografía lenguaje de fórmulas. Aquí es claro lo que significa lenguaje, si interpretamos lo que quiere decir fórmulas. Una fórmula es una expresión de signos que se arma conforme a reglas definidas y precisas. No es agregado de unos signos sobre otros arbitrariamente. Es una combinación de signos bien formada, que cumple con todo rigor las reglas de su formación. Como todo lenguaje tiene su repertorio de signos básicos y sus reglas sintácticas básicas, también. En lógica, sin embargo, este repertorio de signos básicos no es universal en sentido de que no todos usan el mismo. Cada lógico ha creado su propio repertorio o como se dice su propia notación. Ya sea por la comodidad en el manejo o la pertenencia a una escuela. Frege tiene su propio repertorio de signos y su propio repertorio de reglas sintácticas. Tiene su propia notación.

Ahora, sin embargo, la importancia en este aspecto es inmensa, puesto que es el primero en crear un lenguaje de puros signos. Es el creador de el primer lenguaje lógico. Y de esto es sumamente consciente, tanto que dice que se ha limitado a "expresar, por primera vez, relaciones independientes de las propiedades específicas de las cosas" (23) y que puede llamarlo, también, "lenguaje de fórmulas para el pensamiento puro" (24).

Y en cierto modo, a pesar de su gran descubrimiento lógico, está dentro de la tradición lógica que considera que la lógica es un Organon o un método para determinados propósitos científicos y que aunque su uso es limitado no se le puede culpar porque no sirva para otros. Señala con toda seguridad que su lenguaje de fórmulas ha de servir para evitar todos los engaños que surgen en el uso del lenguaje. Es muy consciente de que "la mera invención de la conceptografía ha hecho prosperar la lógica" (25). También, dice que su lenguaje se restringe a un solo modo de inferencia en el párrafo 6 y es el modus ponens.

Su notación la comienza a exponer distinguiendo dos tipos de símbolos:

---

(23) Conceptografía, p. 8
(24) loc. cit.
(25) Op. cit., p. 10

a) Letras, que son signos indeterminados, bajo los cuales se puede representar algo; y

b) Aquellos signos que tienen un sentido totalmente determinado como

$$+, -, \surd, 0, 1, 2.$$

Propiamente, estos dos tipos de símbolos sirven para formar la estructura de un lenguaje bien hecho, esto es, ambos se necesitan mutuamente. Ni las letras solas ni los signos de combinaciónes solos pueden determinar una estructura lingüística o lógica. Las letras necesitan de los signos de combinaciones y los signos de combinación necesitan las letras. De la unión de ambos surgen las fórmulas bien formadas (fbfs).

Estos dos tipos de símbolos tienen, por tanto, funciones específicas, muy precisas y bien definidas. Los primeros o sea las letras, que representan, principalmente, la generalidad, funcionan como variables que estan libres para recibir cualquier contenido; en cambio, los segundos representan las reglas a las cuales deben combinarse las letras; y que determinan propiamente la estructura del lengguaje formal. Estos símbolos indican operaciones o formas de operar con las letras; por eso, se llaman, también, operaciones.

La labor revolucionaria de Frege está en que separa en forma nítida, clarísima, estos dos tipos de símbolos.

Esto lo hace con tal conciencia, que abre un nuevo horizonte en la comprensión y en la construcción de un lenguaje o como él dice de su lenguaje de fórmulas, que es propiamente la primera forma de la lógica moderna o matemática.

Con esta visión y con esta clara conciencia de los dos tipos de símbolos de todo lenguaje formal, procede a construir su lenguaje de fórmulas. Así obtiene un nuevo Organon o instrumento para el pensamiento puro.

Es claro que las letras, usadas como símbolos, son un poco tomadas de la matemática , particularmente del álgebra, en la cual conserva un carácter indeterminado. En esta parte, la labor de Frege es como de adaptación de la matemática a la lógica; pero solamente de las letras. Su contribución grande, importante, es la invención de los símbolos para las reglas de conexión, formación, o combinación de las letras. O sea los símbolos para la representación de las reglas para operar con las letras.

Los signos de operaciones son perfectamente determinados. Cada signo operador indica una operación muy precisa. Y esto es su gran descubrimiento.

La célula, por así decirlo, de sus símbolos de operaciones es la barra ——. Esta puede ser horizontal o vertical. La barra horizontal —— representa o indica secuencia de signos y se llama también barra de contendido y se lee "la circunstancia de que". Por ejemplo:

——A y si A significa "El calor dilata los cuerpos" se leerá "la circunstancia de que el calor dilata los cuerpos". La barra vertical | se denominará barra del juicio. Esta barra convierte a la circunstancia de una expresión en verdadera o falsa, es decir, en un juicio. Esta barra | convierte a la secuencia de signos en un contenido judicable. El signo del juicio resulta entonces |——. Esta regla T echada expresa la regla: "Todo lo que me sigue es un juicio". Por ejemplo, |——A significa "A es un juicio". Y esto podría representar: Juan es médico: Pedro es pescador, Eduardo es presidente, etc..

Esta regla T echada es, sin embargo, sólo la primera combinación de barras, horizontal y vertical, pero cuya significación es bien definida, porque representa una proposición, que puede ser verdadera o falsa. En suma, es el símbolo de una proposición cualquiera.

2.5.1.- LA CONDICIONALIDAD

Con la combinación de una barra horizontal y otra barra vertical Frege ha simbolizado de la manera más general todo juicio o proposición. |——A esta fórmula vale para cualquier proposición: A puede representar o simbolizar a: Las luces son amarillas, o Alberto es carpintero, o El Callao es un puerto, o la corvina es un pez y otras N proposiciones.

Pero nada se ganará si se queda ahí, puesto que a la lógica no le interesa las proposiciones sueltas sino las proposiciones conectadas. En otros términos, a la lógica le interesa la inferencia y las proposiciones en tanto son partes o eslabones de las cadenas de inferencias. Y la importancia y el genio de Frege está justamente en simbolizar las inferencias mediante la combinación de las barras.

Ahora bien, la primera inferencia que representa o simboliza es la condicionalidad. Se combinan dos barras verticales y dos barras horizontales. La barra que une las dos barras horizontales de contenido se llama barra de la condición:

 -------→ Barra de [illegible] la condición.

A esta combinación se le antepone la barra del juicio que indica el resultado de la inferencia: 

Esta diríamos es la primera fórmula de su lenguaje de fórmulas. Esta fórmula, como que es fórmula de la condicionalidad, tiene antecedente y consecuente. El antecedente es la barra horizontal inferior y el consecuente la barra horizontal superior. Y esto es natural puesto que en la barra del consecuente se ha de colocar la barra del juicio, que marca el resultado de la inferencia. Esto indica, por otra parte, que la lectura de estas fórmulas es de a-bajo hacia arriba.

En esta primera fórmula encuentra las siguientes cuatro posibilidades:

"1) A es afirmada y B es afirmada
2) A es afirmada y B es negada
3) A es negada y B es afirmada
4) A es negada y B es negada". (26)

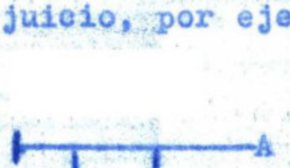
De estas cuatro posibilidades son verdaderas 1 - 2 y 4 y es falsa la 3. Se entiende que si el 3 es falsa es porque de una verdad no puede inferirse una falsedad.

La fórmula, condicional

se lee $B \supset A$

es la primera combinación de dos juicios o proposiciones. Pero es posible continuar combinando esta fórmula con otros juicios o con otras fórmulas.

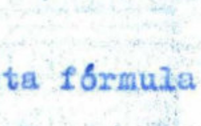
Si le agregamos un juicio, por ejemplo Γ , entonces tenemos la fórmula.



que en una notación actual se lee $\Gamma \supset (B \supset A)$

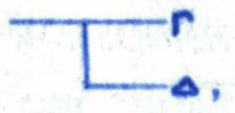
o también $(\Gamma \cdot B) \supset A$

Ahora, si combinamos esta fórmula condicional

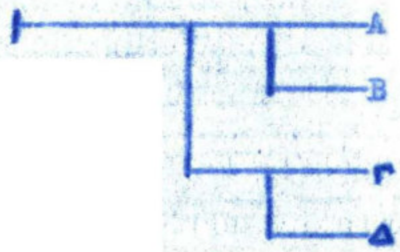


(26) op. cit., p. 17

con otra fórmula condicional, por ejemplo,



entonces tenemos la fórmula



En esta fórmula es importante subrayar los segmentos de barra que indican los resultados de las inferencias expresadas. El resultado de la inferencia de "Δ entonces Γ" se da entre la barra de la condición de "Δ y Γ" y la barra de condición principal. El resultado de la inferencia de "B entonces A" se da entre la barra de la condición de B y A y también la barra de la condición principal. Ahora, el resultado de toda la fórmula se da entre la barra principal y la barra vertical del juicio. En la notación actual leeríamos así:

$$(\Delta \supset \Gamma) \supset (B \supset A)$$

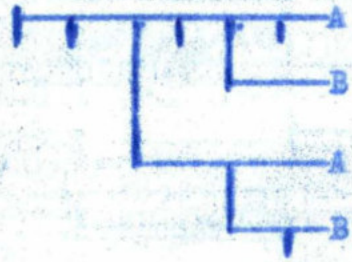
Aquí se advierte claramente que en su lenguaje de fórmulas los operadores son barras; en contraste con los paréntesis y herraduras de Peano. Sus operadores son barras. El operador de la negación también es una barra. En primer lugar, emplea una barra vertical en lado derecho de la fórmula que indica que está negada toda la fórmula:

Esto significa que si en la fórmula no negada eran verdaderos todos los casos menos el tercero, ahora se convierte el tercero en verdadero y falsos los otros casos o los casos restantes.

En segundo lugar, perfecciona la negación con una barra pequeña colocada perpendicular a la barra del contenido, sea el juicio

Sea la fórmula más simple:

o sea la fórmula más compleja:

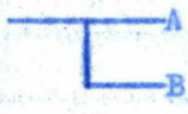


también el la notación actual se lee

$$\sim((\sim B \supset A) \supset \sim(B \supset \sim A))$$

Con la negación indica una cuestión importante. Mediante la negación puede expresar con las barras la dis - yunción y la conjunción.
Frege ha podido, pues, expresar en su lenguaje de barras

las operaciones fundamentales de la lógica. Con la combinación de barras horizontales o de contenido y las barras verticales, tanto del juicio como de la negación, le fue posible simbolizar la condicionalidad, la disyunción y la conjunción. Aunque, como dice Thiel, "Frege renuncia a introducir signos nuevos para estas relaciones en la conceptografía" (27). Sin embargo, señala el signo que hubiera empleado para la conjunción habría sido una llave { combinada con la barrita de la negación. Asi la condicionalidad



habría representado por

A lo que agrega, por otra parte, "he preferido la otra manera, porque me parece que así se expresa más sencillamente la inferencia" (28).

Frege está, pues, totalmente seguro de que con su lenguaje de fórmulas, de barras horizontales y verticales, expresa o simboliza mejor las leyes lógicas; son imágenes de las leyes lógicas. Y, en efecto, parece que las fórmulas

---

(27) THIEL, Christian, Sentido y Referencia en la Lógica de Gottlob Frege, p. 26

(28) FREGE, Conceptografía, p. 25

de Frege fueran la expresión más gráfica de las estructuras lógicas. Así le parece, por ejemplo, a Thiel.

> "Posibilita -dice- una expresión de las relaciones de la lógica de enunciados y de la de predicados, libres de puntos y de paréntesis, con una claridad que sólo puede ser alcanzada en los sistemas lineales mediante la colocación de lineas singulares unas debajo de otras, por lo tanto: Sólo mediante la recurrencia a la segunda. Quien conozca esta ventaja de la conceptografía, no se sorprenderá del hecho, descubierto recientemente y de que el simbolismo de Frege se muestre superior en un dominio bidimensional: el del Algebra de circuitos" (29)

No ha habido, sin embargo, opiniones discordantes, como lo señala el mismo Thiel (30) de que han considerado al simbolismo de Frege como difícil e inmanejable.

2.6.- LA NOTACION DE PEANO

Peano estuvo preocupado por los problemas vinculados a la fundamentación de las matemáticas. Decía que a pesar

---

(29) Op. cit., p. 32 Nota 22

(30) Loc cit.

de los estudios realizados todavía faltaba mucho para al - canzar una solución satisfactoria. Y consideraba que la más grande dificultad radicaba en la ambigüedad del lenguaje. Y por eso afirma que "es de la más grande importancia examinar atentamente las mismas palabras que usamos" (31).

El resultado de su examen es, en realidad, la invención de un nuevo lenguaje con el cual puede expresar con toda precisión, y sin ambigüedades los principios de la aritmética, y que, en general, toda proposición se puede representar por medio de estos signos. Sin estos signos no se puede manejar en lógica y en aritmética.

Peano propiamente no inventó totalmente su lenguaje. En esto es muy consciente; tanto que lo señala expresamente en su "pequño libro Arithmetices Principia:

"En el presente trabajo he hecho -dice- uso de los estudios de otros autores. Los símbolos y proposiciones lógicos contenidos en las partes II, III y IV, excepto unos pocos, pueden encontrarse en las obras de muchos autores especialmente Boole" (32).

Su contribución a las notaciones ya existentes sería, pues, muy breve. Reconoce su deuda con Boole, Schröder, Peirce, Jevons, Mac Coll, Grassmann y Dedekin. Es, sin em

---

(31) HEIJENOORT, J.V., From Frege to Gödel, p. 85
(32) Op. cit., p. 86

bargo, importante señalar la forma especial como él presenta su propia notación; que no hace sólo para mejorar una notación sino para alcanzar la forma y la precisión que las ecuaciones tienen en álgebra. Y sobre todo para asegurar la deducción o el paso de unas proposiciones a otras. Desde el prefacio hace una distinción muy clara entre teoremas y axiomas. Los primeros son las proposiciones que son deducidas de otras proposiciones; en cambio, los segundos, son proposiciones que ya no se fundan en otras anteriores. Y piensa que en su nuevo método puede probar por operaciones puramente lógicas unas proposiciones fundadas en otras.

Estuvo, pues, en la mente de Peano la axiomatización de la matemática en lenguaje simbólico. Y la notación que para este propósito inventó, sin desaprovechar las ya existentes, hizo fortuna, puesto que parte de esta notación se conserva tal como él la usó y parte ha sido modificada. Esto ha probado que es superior a la de Boole y a la de Schröder. Esto también hace que su libro <u>Arthmetices principia</u> sea leído con cierta familiaridad.

La notación misma la presenta dividida en seis partes:

I. Puntuación

II. Proposiciones

III. Proposiciones de la lógica

IV. Clases

V. Inversión

VI. Funciones

Como él mismo ha reconocido, las partes II, III y IV son las que más han recibido contribuciones de autores anteriones, particularmente de Boole, del álgebra de este autor.

En la putuación, la idea dominante es la de jerarquía y el orden de la secuencia de los signos. Como en su párrafo del lenguaje ordinario, en el cual hay oraciones o cláusulas principales y secundarias, las mismas que se separan por signos como la coma, el punto y el punto y coma y otros signos, en las secuencias de signos de la lógica simbólica también se establecen jerarquías y orden.

Peano, en primer lugar, como Frege divide los signos en dos clases de objetos indeterminados, que son las letras: a, b, ... X, Y ... X', Y', y signos de objetos bien determinados, que son otros signos o las letras mayusculas P, K, N, ... En segundo lugar, indica que los signos deben escribirse sobre una misma línea. En tercer lugar, señala los signos mismos de puntuación, que son paréntesis y puntos. Los paréntesis son tomados del álgebra y los puntos son una inovación suya: ., :, ::, .·. y así sucesivamente. -----En cuarto lugar, dice como deben leerse las secuencias de signos unidos sea por paréntesis o sea por puntos. Es de notar que Peano muestra su preferencia por el uso de los puntos, sin abandonarlos definitivamente los paréntesis. Textualmente, dice para la lectura "para entender una fórmula dividida por puntos, primero tomamos los signos que no están separados por ningún punto, en seguida aquellos separados por un punto, luego aquellos separados por dos puntos y así sucesivamente" (33). Por otra parte, se pueden ordenar o jerarquizar las fórmulas por puntos o por paréntesis, como en el ejemplo siguiente:

Fórmula separada por puntos

ab. cd: ef. gh .˙. K

Esta misma fórmula en paréntesis

(((ab)(cd))((ef)(gh)))K.

En quinto lugar, indica cuando es que se pueden omitir los signos de puntuación y señala dos casos: 1) cuando dos fórmulas tengan la misma significación, y 2) cuando sólo una fórmula tiene significado. Además, señala que no hay que usar los puntos ., :, como signos para operaciones aritméticas.

Finalmente, frente al caso de que se presentan paréntesis y puntos en la misma fórmula, señala que hay que comenzar por los paréntesis.

Las fórmulas anteriores, separadas por puntos o por paréntesis, son estructuras lógicas y son estructuras lingüísticas. Como tales estructuras están formadas conforme

(33) op. cit., p. 86

a ciertas reglas muy precisas, que Peano a llamado simplemente puntuación. Pero de hecho, la advierte que se trata de reglas de formación de estructuras.

En la segunda parte de su notación Peano trata más en detalle la proposicón en sus operaciones más elementales . Comienza designando la proposición con el signo P. "El signo P significa proposición", dice (34). En seguida, tomando signos del álgebra de Boole, indica las operaciones que hoy conocemos como conjunción, disyunción y condicional o igualdad.

Para la conjunción usa el signo de intersección del álgebra $\cap$, que se lee y. Si tenemos las proposiciones a y b, con este signo podemos escribirlas $a \cap b$, que quiere decir que se hace una afirmación simultánea de ambas proposiciones. Añade, sin embargo, que se puede omitir o suprimir este signo y escribirse simplemente ab y que se lee "a y b".

Para la negación emplea una pequeña barra horizontal delante de la proposición y se lee no. Así se escribe -a, se entiende que se trata de la negación de la proposicón a.

Para la disyunción emplea el signo $\cup$, de unión del álgebra que se lee o (vel). Si se tiene dos proposiciones a o b se escribe $a \cup b$ y en su notación con puntos e -

---

(34) Ibid., p. 87

quivalentes a -:-a.-b. En lenguaje de Russell $\sim(\sim a.\sim b)$.

En esta parte de su notación, incluye tres signos que dice que no va a usar. El signo V que significa lo verdadero o identidad; el signo $\wedge$ que significa lo falso o lo absurdo, y el signo $\subset$ que significa consecuencia. Así en el ejemplo $b \subset a$ se lee b es consecuencia de la proposición a.

En cambio, sí va a usar este último signo invertido $\supset$ y que significa <u>se deduce</u>. Este es que $a \supset b$ quiere decir lo mismo que $b \supset a$. En esta parte, hay una cuestión interesante. Trata de simbolizar las condiciones que harían posible la deducción de <u>a</u> a <u>b</u>, que de a se deduce b, y a estas condiciones las simboliza por los signos de objetos indeterminados x, y, z, ...Así se escribe, entonces

$a \supset_{x,y,z,\ldots} b$. Lo que quiere decir es que si se emplean las condiciones establecidas por x, y, z, <u>entonces se deduce</u> b. Añade, por otra parte, que si no hay peligro de ambigüedad pueden suprimirse los signos de objetos indeterminados x, y ... y escribe simplemente $a \supset b$, es decir, sin aquellos signos.

En las operaciones con proposiciones agrega el signo = que significa <u>es igual a (est aequalis)</u>. Si se tiene las proposiciones a y b, y a=b, este último es lo mismo que $a \supset b . b \supset a$. O incluyendo los signos de objetos indeterminados:

$$a \supset_{x,y\ \ldots}\, b$$

Es lo mismo que

$$a \supset_{x,y\ \ldots}\, b \,.\, b \supset_{x,y\ \ldots}\, a$$

Con estas reglas que, en buena cuenta, son sintácti - cas, porque establecen el orden en que deben colocarse los signos o las secuencias de los signos, en seguida va a escribir expresiones completas con puros signos. Estas ex - presiones de puros signos pueden ser principios o axiomas o teoremas.

En la tercera parte de su notación, Peano ilustra en cuarenta y tres fórmulas el empleo de los signos de rela - ción (=, $\supset$, $\cap$, $\cup$) y los de puntuación (los puntos con sus jerarquías, ., :, .˙., :·:.) y la barrita de la negación (-). Y, también, introduce el signo de negación para los sig - nos de relación de igualdad (=) y de la consecuencia de ($\supset$). Es decir, introduce los signos -=, que significa no es igual, y -$\supset$, que significa <u>no se deduce</u>. Estos últimos signos actualmente no se usan.

Peano había buscado un lenguaje sin ambigüedades, es decir, un lenguaje preciso. En los ejemplos que presenta muestra que ha logrado su objetivo. En primer lugar, porque puede expresar mediante los signos que ha adoptado, o inventado en forma muy concisa tautologías, principios lógicos o cualquier proposición. Así, por ejemplo la iden -

tidad la escribe de dos maneras:

$$a \supset a$$

$$a = a$$

La transitividad la simboliza:

$$a \supset b \;.\; b \supset c : \supset a \supset c$$

La definición:

$$a = b . = : a \supset b . b \supset a$$

La equivalencia:

$$a = b \;.=.\; b = a$$

La transitividad simétrica:

$$a = b \;.\; b = c \;: \supset . a = c$$

La conmutación:

$$ab = ba$$

La asociatividad:

$$a(bc) = (ab)c = abc$$

La absorción simple:

$$aa = a$$

La doble negación:

$$-(-a) = a$$

La transposición simétrica:

$$a = b \;.=.\; -a = -b$$

La transposición:

$$a \supset b \;.=.\; -b \supset -a$$

En segundo lugar, muestra muy claramente como dos o más proposiciones se pueden expresar de más de una manera;

en realidad, se establece hasta casi algebraicamente la posibilidad de transformar una expresión en otra, y en otro y así sucesivamente. Así veremos en los siguientes ejemplos:

$$a \cup b .=.\dot{}. -:-a.-b$$

$$-(ab) = (-a) \cup (-b)$$

$$-(a \cup b) = (-a)(-b)$$

$$a \supset b .=. a-b = \Lambda$$

En tercer lugar, esta posibilidad de la transformación de una expresión en otra, o de una fórmula a otra deja abierto el camino para el cálculo lógico, que en su más rigurosa formulación es el algoritmo. De este modo, con reglas y procedimientos muy precisos se puede calcular como en las matemáticas. De ahí su nombre de lógica matemática. Y también simbólica porque sólo trabaja con símbolos o con signos, que pueden llamarse de los significados más variados.

En la cuarta parte de su notación, especifica o señala los signos que empleará en el manejo o formulación de las clases.

El signo K quiere decir <u>clase</u> o agregado de objetos. El signo de ε significa <u>es</u>. En el ejemplo de a ε b se lee <u>a es b</u>; a ε K significa a es <u>una clase</u>; a ε p quiere decir a es una proposición.

El signo $-\varepsilon$ quiere decir <u>no es</u>. En el ejemplo - $a -\varepsilon b .=: -.a \varepsilon b$, se lee a no es b equivale a no es el caso que a sea b.

Si tenemos otros ejemplos:

$$a,b,c \varepsilon m .=: a \varepsilon m . b \varepsilon m . c \varepsilon m$$

Se lee a es m, b es m, c es m.

Ahora bien, si a es una clase y escribimos -a, esto significa que esta clase se compone de individuos que no son a.

Luego introduce los signos Λ para la clase nula o vacía y $\supset$ para indicar que un elemento está contenido en una clase. Esto significa que para Peano Λ tiene dos usos. En las proposiciones Λ significa absurdo o falso; en las clases Λ significa que es una clase que no tiene ni un sólo elemento o clase nula. Igualmente $\supset$, para Peano tiene dos usos, en las proposiciones, $\supset$ quiere decir <u>se deduce</u>; en las clases significa <u>está contenido en</u>.

$$a \varepsilon K .\supset: x \varepsilon -a .=. x -\varepsilon a$$

Este ejemplo se lee a es una clase que está contenida x que es no a equivale a x que no es a.

En el cálculo de clases no usa ni $\vee$ ni la $\subset$ sino sus opuestos Λ y $\supset$,

En la parte quinta de su notación, Peano trata de lo que llama él la inversión y cuyo signo son los corchetes [ ]. Y que parece ser un antecedente de la notación de la función. La parte sexta propiamente trata de la función, que la relaciona con la aritmética. En las últimas páginas establece su notación para los números y las operaciones aritméticas de adición, sustracción, multiplicación, potencias y división.

2.7 BERTRAN RUSSELL

Bertrand Russell, (1872-1970) sin duda alguna, es una de las figuras más singulares del mundo contemporáneo, el máximo representante de la filosofía inglesa de nuestro tiempo.

Podemos obesevar que se presentaron muchos casos de pura coincidencia como la historia nos la presenta en el sentido de que dos personas pueden llegar al mismo resultado, es decir, en mundos diferentes sin comunicación alguna y sin conocerse descubren de un modo similar. Esto nos explica que el hombre de acuerdo a sus preocupaciones y sus propias necesidades descubre o inventa algo, si él no lo hace, pues, será otro hombre quien lo haga. "Como el descubrimiento del cálculo infinitesimal por Leibniz y Newton" (35).

En el caso de Russell, podemos señalar también, que

---

(35) RUSSELL, Bertrand. La Evolución de mi Pensamiento Filosófico, p. 291

llegó a conclusiones similares sin tener conocimiento de conclusiones ajenas. El ejemplo más evidente es el de la teoría de las matemáticas que llegaron él y Frege independientemente.

Muy joven, Russell llegó a algo como el dualismo cartesiano sin conocer a Descartes; del mismo modo tenía las mismas dudas de Hume antes de leer Hume.

En los años de 1899-1900 adoptó el atomismo lógico y la técnica de Peano en la lógica matemática. Esto fue una gran revolución.

Cuenta Russell que el año 1900 fue el año más grande e importante de su vida intelectual, y su asistencia al Congreso Internacional de Filosofía en París. Su viaje lo hizo en compañía de Whitehead, su antigüo profesor y en este viaje era ya su colega. Los dos quedaron asombrados o sorprendidos ante la precisión demostrada de Peano y sus discípulos sobre la disertación de la matemática y la lógica, en los trabajos mismos del congreso no hubo participación de Russell en sentido que no presentó ponencias, pero fue un magnífico oyente. Al regreso de París Russell, muy impresionado comenzó a estudiar a fondo la obra de Peano esforzándose para dominarlo; sobre todo la notación. Adopta tanto la simbología como la notación en los <u>Principia Mathematica</u>. En un artículo anterior <u>La lógica de las relaciones</u> publicada en 1900 y traducida al francés <u>Sur La Lo-</u>

gique Des Relations Avec Des Aplications A La Theorie Des Series, utiliza por primera vez este simbolismo.

En este trabajo fue utilizada la notación de Peano, se trata de buena parte de la redacción de los *Principles of Mathematics*, en las que ya Russell utiliza una forma primitiva de la notación y su desarrollo presenta más adelante en los PRINCIPIA (36).

Desde los años de 1900 a 1910, Whitehead y Russell dan a luz *Principia Mathematica*, primero publicado en dos volúmenes y del todo acabado en 1913 año en que se publicó el tercer volumen. En cierto modo, Whitehead y Russell se dividieron el trabajo con lo que queda cerrada la obra en tres volúmenes definitivamente. De los aspectos filosóficos se encargó Russell y Whitehead de los aspectos matemáticos, quien inventó la mayor parte de la notación excepto la tomada de Peano.

El objetivo fundamental de *Principia Mathematica* fue mostrar que toda la matemática pura se sigue de premisas puramente lógicas, y que emplea solamente conceptos definibles por medio de términos lógicos.

---

(36) RUSSELL, Bertrand. *Lógica y Conocimiento*, p. 1

2.7.1.- LA NOTACION DE RUSSELL

No es nuestro propósito penetrar en la gigante obra de Russell. Conforme el desarrollo de nuestro trabajo, tocamos en esta parte solamente su simbolismo o notación. Ingresar en el contenido de aquella obra excede los alcances de este trabajo. En realidad, Bertrand Russell y Whitehead ponen a la lógica matemática por el camino real, como diría Kant. Desde entonces esta obra se ha convertido o "Puede ser considerada como la "Biblia" de la lógica simbólica" (37). Esta obra, pues, constituye toda una fortaleza teórica, cuya conquista exige demasiada fuerza. Por eso, nosotros nos concretamos a su notación. El mismo dice que no es original. Esto lo dice explícitamente: "El método general que guía nuestro manejo de símbolos se debe a Peano" (38). Sin embargo, el mundo conoce a la notación actual como Russelliana. En esto Russell es muy honesto, porque no deja de reconocer en todo momento ni sólo la contribución capital de Peano sino que reconoce la de todos los otros lógicos que han intervenido en la formulación de su notación. Así reconoce los trabajos de Frege, Peirce, Schröder, Padoa y otros. Considera^ba^ que la notación era

(37) AGAZZI, E. La Lógica Simbólica, p. 107

(38) WHITEHEAD and RUSSELL, Principia Mathematica, Volume 1 p. Vll, Prólogo.

necesaria sobre todo para librar a la lógica del álgebra con cuya notación se confundía.

2.7.2.- LOS PROPOSITOS DE LA LOGICA MATEMATICA.

Tiene, por tanto, ideas muy claras sobre la naturaleza de la lógica matemática y de los propósitos que debe cumplir. Y esto lo dice muy claro en su primer tomo. Señala tres propósitos:

1) Efectuar el más riguroso análisis posible de las ideas con que trabaja y procede la lógica matemática. Russell y Whitehead tienen la convicción plena de que la lógica maneja tanto un conjunto de ideas no definidas o primitivas como un conjunto de proposiciones no definidas o primitivas. Y se proponen reducir al mínimo tanto el número de ideas primitivas como el número de proposiciones primitivas.

2) Lograr una expresión perfectamente precisa y manejable en el cálculo, en sus operaciones algorítmicas; de este modo, necesitan una notación la más simple y la más conveniente posible.

3) Procurar resolver las paradojas que han surgido en la lógica simbólica como en la teoría de conjuntos

y que con la teoría de los tipos pueden resolver las paradojas y descubrir las falacias encubiertas.

Están muy claras las ideas de Russell sobre la lógica como el instrumento para poner en evidencia las lagunas en las demostraciones y las falacias encubiertas. Considera a la lógica como el lenguaje perfecto que, partiendo de un corto grupo de ideas primitivas y de proposiciones también primitivas, con reglas de operaciones precisas, puede convertirse o constituirse en un sistema perfectamente cerrado y determinado.

2.7.3.- LOS FUNDAMENTOS DE LA NOTACION

Bertrand Russell tiene plena conciencia de que la notación en lógica es una necesidad imprescindible para el cálculo. Sin notación,exacta, precisa y manejable, es imposible operar. Pero esto parte de otra convicción, la convicción de que la lógica opera con ideas muy abstractas, tan abstractas que ya no pueden expresarse con el lenguaje ordinario, lo que obliga a adaptar o adoptar nuevos signos. Es decir, la notación no surge por un prurito de novedad, sino como una necesidad impuesta por la naturaleza de la lógica misma.

Russell dice que habría podedo quedarse con el lenguaje ordinario, pero que esto habría significado tener que restringir los significados de las palabras, habría tenido que agregarles tantas reglas de especificación que el aprendizaje de estas reglas resultaría más difícil que aprender signos nuevos. Por eso conviene en que la notación se hace inevitable.

Por otra parte, dice que la gramática del lenguaje ordinario es bastante flexible que es cierto que lo hace útil para muy diversos usos; pero que ninguno de sus procedimientos es adaptable a un razonamiento deductivo. Y esto resulta más evidente cuando advierte que en la deducción lógica se siguen pasos muy precisos, ordenados y completos. En realidad, en una deducción hay una enumeración completa de todas las operaciones que le hacen posible.

La notación, además, es necesaria también para hacer más segura la representación de relaciones que por ser demasiado abstractas ya no son fácilmente representables por la imaginación; es el caso en el cual el lenguaje ordinarrio ya no puede cumplir ninguna función.

Finalmente, dice Russell, el simbolismo ayuda a ver de un solo golpe de vista la proposición como un todo o cuando menos dividido en dos o tres partes.

Todas estas razones llevan al convencimiento de la necesidad de la notación o simbolismo.

2.7.4.- LOS SIMBOLOS DE ESTA NOTACION

Es conocida y casi familiar la notación de Russell, porque su uso se ha generalizado, tanto que ni se asocia a su nombre. Por esta razón en lo que sigue señalaremos lo más general.

Antes de ingresar a su notación, sin embargo, Russell hace algunas observaciones previas. Señala, en primer lugar, que la notación fundamentalmente se basa en el libro Formulario Mathematico de Peano. En segundo lugar, precisa el significado de variable en lógica. Decía que variable se usa con un sentido más amplio que en la matemática ordinaria. En la matemática ordinaria generalmente representa un número o cantidad determinada; en cambio, en la lógica cualquier símbolo que no esté determinado se llama variable.

Russell es muy claro y preciso en la determinación de los símbolos de su notación. Señala como regla general que hay dos clases de símbolos: letras y signos de combinación de las letras. Con las letras se simbolizan variables, cualquier variable, salvo se haga una aclaración contraria. Con los signos de combinación se simbolizan las operaciones básicas. Esto ha sido resumido, por ejemplo, por Agazzi en un cuadro sinóptico muy ilustrativo, en el cual se ven muy claramente las principales notaciones simbólicas en uso en el momento:

	Principia	Hilbertiana	Lukasiewicz
Variables proposicionales	p, q, r	A, B, C	p, q, r
Negación	$\sim p$	$-a$	Np
Conjunción	p.q	$A \wedge B$	Kpq
Alternativa	pVq	A V B	Apq
Condicional	$p \supset q$	$A \rightarrow B$	Cpq
Bicondicional	$p \equiv q$	$A \leftrightarrow B$	Epq
Universalizador	(x)fx	$\forall x\, px$	Uxfx
Particularizador	$(\exists x)fx$	$\exists xPx$	Pxfx

(39)

Como se advierte aquí las letras simbolizan variables y los signos conectores simbolizan las combinaciones o las operaciones con las letras.

Haciendo la salvedad de los casos en los cuales las letras simbolizan constantes, distingue entre letras proposicionales y letras funcionales. Las letras simples minúsculas p, q,r simbolizan proposiciones. La letras f,g,ϕ, ψ, χ, θ y F simbolizan funciones variables. Aparte de este uso general de las letras, señala otros usos de los alfabetos griego y latino, tanto en mayúsculas como en minúsculas. Por ejemplo, las letras minúsculas griegas no mencionadas simbolizan valores de clases y las mayúsculas valo -

(39) op. cit., p. 166 nota. La notación de la primera columna es la russelliana.

res de relaciones; y en el caso de las letras latinas para valores no determinados ni como clases ni como relaciones.

Y en general dice que "el lector sólo necesita reconocer que todas las letras representan variables, a menos que hayan sido definidas como constantes" (40), y que en general "la estructura del contexto determina el alcance de las variables contenidas en ella" (41).

Los otros signos que no son letras y que juegan papel decisivo en las funciones fundamentales de las proposiciones son:

$\cdot$ corresponde a "y"
$\vee$ corresponde a "o"
$\supset$ corresponde a "si ... entonces"
$\equiv$ corresponde a "si y sólo si"
$\sim$ corresponde a "no"

Estos signos son explicados como producto lógico, suma lógica, función implicativa, Equivalencia y función contradictoria.

La notación de Russell es muy precisa y minuciosamente explicada, que, por otra parte, es necesaria, y que vale para sus tres volúmenes. Explica y ejemplifica, por e-

---

(40) P.M., p. 5

(41) Loc. cit.

jemplo, lo que son *valores de verdad*, *funciones de verdad*, *signo de aserción* $\vdash$, *la inferencia*, *definición*; luego el uso de los puntos en lugar de los signos de agrupación. Lo que son proposiciones primitivas, con algunos ejemplos como:

El principio de tercio excluso $\vdash . p \vee \sim p$.

El principio de no contradicción $\vdash . \sim (p . \sim p)$.

El principio de doble negación $\vdash . p \equiv \sim (\sim p)$.

El principio de transposición que tiene varias formas:

$$\vdash : p \supset q . \equiv . \sim q \supset \sim p,$$

$$\vdash : p \equiv q . \equiv . \sim q \equiv \sim p.$$

$$\vdash :. p . q . \supset . r : \equiv : p . \sim r . \supset . \sim q,$$

El principio de tautología en dos formas:

$$\vdash : p . \equiv . p . p,$$

$$\vdash : p . \equiv . p \vee p,$$

El principio de absorción:

$$\vdash :. p \supset q . \equiv : p . \equiv . p . q,$$

El principio de distribución:

$$\vdash :. p . q \vee r . \equiv : p . q . \vee . p . r,$$

$$\vdash :. p . \vee . q . r . \equiv : p \vee q . p \vee r,$$

Es importante anotar la definición de definición como un símbolo o un conjunto de símbolos equivalentes a otro símbolo o a otros símbolos; por ejemplo:

$$p \supset q . = . \sim p \vee q \quad \text{Df}.$$

Indica con toda claridad que toda definición tiene dos elementos el definiendum, que es lo que se define, y el definiens, que es lo definido. El definiendum y el defi - niens. Están separados por el signo igual =; de definiendum a la izquierda y el definiens, a la derecha.

Por otra parte, es importante indicar sus definicio - nes de ideas primitivas y proposiciones primitivas, puntos de partida de todo sistema lógico. Es muy claro al seña - lar que toda inferencia parte de proposiciones; peró que no todas éstas pueden ser probadas ni todas las ideas pueden ser definidas. Todo sistema lógico tiene que comenzar aceptando un número, el más pequeño posible, de ideas no definidas y de proposiciones no demostradas; de otro modo, le sería imposible comenzar. Por eso dice "algunas proposiciones deben asumirse sin prueba, puesto que toda infe - recia procede de proposiciones aceptadas o afirmadas"(42). Y señala también que tanto estas proposiciones como las ideas primitivas en cierto modo o en alguna medida es una cuestión de elección arbitraria. Lo único que se exige es adecuación y coherencia. Esto es, dice, (1) que el sistema debe abarcar entre sus deducciones todas aquellas propo siciones que creemos son verdaderas y capaces de deducción sólo de premisas lógicas, aunque posiblemente puedan reque rir alguna ligera limitación en la rigorización de la enun ciación; y (2) el sistema no debe conducir a ninguna con-

(42) op. cit., p. 12

tradicción, a saber a afirmaciones de que a la vez p y $\sim$p sean verdaderas (43).

<u>La teoría de la deducción</u>. Para concluir la parte que dedicamos a Bertrand Russell, nos parece útil por lo menos apuntar algo de su teoría de la deducción, por las precisiones que trae.

Nos presenta la teoría de la deducción como una teoría de cómo una proposición puede inferirse de otra (44).

Deducir es inferir una proposición de otra. En otros términos, es relacionar una proposición a otra, pero en que una se deriva de la otra. Esto parece haber sido conocido desde Aristóteles. La novedad o la contribución de Russell es que establece las reglas conforme a las cuales debe realizarse la inferencia. En otras palabras, el paso o los pasos o las operaciones de la inferencia tienen que estar explícitas y plenamente justificadas. No debe quedar, entonces, ningún paso oscuro o sin explicar. Toda la cadena de la deducción debe estar rigurosamente justificada con sus reglas explícitamente señaladas. De tal modo, que todas las reglas que justifican las operaciones llevan ineludiblemente a la conclusión, es decir, que lo inferido resulta como una necesidad inobjetable.

(43) Loc. cit.

(44) op.cit., p. 90

Así resulta, pues, que la deducción es el conjunto de principios por las cuales las conclusiones se infieren de las premisas (45). En una demostración deductiva así, resultan las cadenas sin lagunas, como quería Frege, y se impone la conclusión por la pura coherencia de las reglas y de las proposiciones de partida.

(45) Loc. cit.

CONCLUSIONES

1.- Todo lenguaje es un sitema de signos. Como sistema es una estructura, es decir, un todo ordenado de elemen - tos llamados signos conforme a reglas. En otros tér - minos, los ejes de todo lenguaje son: sus elementos constitutivos o signos y sus elementos de combinación o reglas. Estos ejes se hallan presentes en todo lenguaje: ordinario, científico, matemático, lógico.

2.- La célula de todo lenguaje es el signo como elemento constitutivo y como elemento de combinación; y en tanto es convencional o "arbitrario" es pura forma, tanto es así que la misma cosa o la misma proposición puede tener los más diversos signos. En otras palabras, no hay una relación consustancial entre signo y cosa.

3.- No obstante que todo lenguaje se forma de signos "arbitrarios", por la relación entre signo y cosa signada , los lenguajes naturales y los lenguajes formales tie - nen ciertas diferencias. Los primeros están casi siem pre con vistas de las cosas significadas; mientras que los segundos, prácticamente se olvidan de los significados y son propiamente lo que se llaman signos vacantes.

4.- La lógica es una forma de lenguaje; pero de signos vacantes, es decir, de signos que se han olvidado, por así decirlo, de las cosas significadas: su nivel de abstracción es tan alto que sus sistemas necesitan ser interpretados para su uso.

5.- Los signos vacantes, signos sumamente abstractos, esto es, separados a mucha distancia de las cosas, pueden ser manejados con la misma comodidad que los signos matemáticos. Y son estos signos con los cuales se puede operar y realizar operaciones lógicas, encuadradas perfectamente en algoritmos precisos.

6.- Los signos vacantes exigieron los símbolos adecuados para tales operaciones y cálculo; y que en conjunto se los ha llamado notación. La notación es pues una necesidad exigida por la naturaleza de la lógica matemática.

7.- Mientras no se inventó el lenguaje simbólico, como no lo pudo hacer Leibniz, la lógica no pudo avanzar un paso, porque no pudo operar ni construir sistemas rigurosamente deductivos.

8.- A Frege le cabe el honor de haber podido separar tajantemente el significado y el signo vacante e inventar la primera notación que recogía la altísima abstracción a que había llegado en sus análisis, y que llamó lenguaje de fórmulas.

9.- Peano, siempre en el campo de las matemáticas, logra alcanzar abstracciones parecidas o más precisas y logra proponer su nueva notación, más manejable y más generalizante.

10.- Pero es B. Russell que pone a la lógica por las vías actuales, adoptantdo y adaptando e inventando notaciones y precisando con gran rigor la teoría deductiva lógica.

BIBLIOGRAFIA

1.- AGAZZI, Evandro. *La Lógica Simbólica*, Tr. y Prólogo de J. Pérez Ballestar. Barcelona, Ed. Herder, 1967

2.- BOCHENSKI, I.M. *Historia de la Lógica Formal*, Madrid, Ed. Gredos, S.A., 1966

3.- BUNGE, Mario. *La Investigación Científica*, Barcelona, Ed. Ariel, S. A., 1969

4.- CARNAP, Rudolf. *The Logical Syntax of Language*, Tr. Amethe Smeaton, London, Routledge And Kegan Paul Ltd., Sexta Impresión, 1964

5.- ——————— *Introduction to Simbolic Logic and Its Applications*, Tr. William H. Meyer, and John Wesleyan, Canada, by Dover Publications, 1958

6.- CHRISTENSEN, N.E. *Sobre la Naturaleza del Significado*, Tr. Juan Carlos García Borrón, Barcelona, Ed. Labor, S. A., 1968

7.- COPI, Irving M. Introducción a la Lógica,
Tr. Néstor Míguez,
Bs. As. Eudeba Ed. Universitaria, 1970

8.- COHEN, Morris R. Introducción a la Lógica,
Tr. Elí de Gortari,
México, Fondo de Cultura Económica, 1957

9.- FERRO, Juan B. "Lógica y Procedimientos Decisorios" en
Lógica, Aspectos Formales y Filosóficos.
Pontificia Universidad Católica del Perú,
Fondo Editorial, 1978

10.- FREGE, Gottlob. Estudios Sobre Semántica,
Tr. Ulises Maulines,
Barcelona, Ed. Ariel, S. A., 1971

11.—————————— Conceptografía los Fundamentos de la Aritmética y otros Estudios Filosóficos,
Tr. Hugo Padilla,
México, Universidad Nacional Autónoma
1972

12.- FERRATER MORA, J. y LEBLANC, Hugues. Lógica Matemática,
México, Fdo. C. Económica, 1970

13.—————————— Qué es la Lógica,
Bs. As. Ed. Columbia, 1965

14.- HEIJENOORT,J.V.. From Frege to Gödel,
Massachusetts, Harvard University Press,
Second Printing, 1971

15.- HUNTER, Geoffrey. Metalogic An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic, London, Printed in Great Britain by R. and Clark Ltd, 1971

16.- HUSSERL, Edmundo. Lógica Formal y Lógica Trascendental, Tr. Luis Villoro, México, U.N. Autónoma, 1962

17.- LEWIS, C.I. and LANGFORD, C.H. Symbolic Logic, London, Dover Publications, Inc., 1959

18.- MITCHELL, David. Introducción a la Lógica, Tr. Juan Carlos García Borrón, Barcelona, Ed. Labor, S. A. 1968

19.- MORRIS, Charles. Signs, Language and Behaviour, New York, Prentice-Hall, 1949

20.- MOSTERIN, Jesús. Lógica de Primer Orden, Barcelona, Ed. Ariel, S. A. 1970

21.- SUPPES, Patrick. Introducción a la Lógica Simbólica, Tr. Gbriel Aguirre Carrasco, México, Ed. Continental, S. A. 1969

22.- QUINE, Willard. El Sentido de la Nueva Lógica, Tr. Mario Bunge, Bs. As. Ed. Nueva Visión, 1971

23.- ———————— Los Métodos de la Lógica, Tr. Manuel Sacristán, Barcelona, Ed. Ariel, S. A., 1967

24.- ——————— Filosofía de la Lógica,
Tr. Manuel Sacristán
Madrid, Ed. Alianza Universidad, 1973

25.- RUSSELL, Bertrand. La Evolución de mi Pensamiento Filosófico,
Tr. Juan Novella Domingo,
Madrid, Alianza Editorial, S. A., 1976

26.- ——————— Lógica y Conocimiento,
Tr. Javiér Muguerza,
Madrid, Ed. Taurus, 1966

27.- ——————— Introducción a la Filosofía de la Matemática,
Tr. Juan B Molinari,
Bs. As. Ed. Lozada, 1945

28.- ——————— La Philosohpie des Mathematiques,
París, Presses Universitaires, 1949

29.- SCHOENMAN, Ralph. y Otros. Homenaje a Bertrand Russell,
Tr. Ulisses Maulines Castellví,
Barcelona, Ed. Oikos-Tau, S. A. 1968

30.- SCHAFF, Adam. Ensayos Sobre Filosofía del Lenguaje,
Tr. Feliu Formosa,
Barcelona, Ed. Ariel, S. A., 1973

31.- SACRISTAN, Manuel. Introducción a la Lógica y al Análisis Formal,
Barcelona, Ed. Ariel, S.A., 1969

32.- THIEL, Christian. Sentido y Referencia en la Lógica de Gottlob Frege,
Tr. José Sanmartín Eplugues,
Madrid, Ed. Tecnos, S. A., 1972

33.- ULLMANN, Stephen. Semántica Introducción a la Ciencia del Significado,
Tr. Juan Martínez Ruíz Werner,
Madrid, Ed. Aguilar, 1962

34.- WHITEHEAD and RUSSELL. Principia Mathematica, Volume 1
Cambridge University Press,
Second Edition, 1927, Sexta Reimpresión, 1973

INDICE